

La materia si trova in natura allo stato solido, liquido e gassoso.

Stato solido: gli atomi-molecole di un elemento o composto sono uniti insieme dai legami chimici; le forze applicate (puntiformi) si propagano a tutto il corpo; hanno forma e volume propri.

Stato liquido: gli atomi-molecole sono indipendenti perché la maggiore temperatura ha rotto i legami; ciascun atomo-molecola è soggetto alla forza di gravità (se c'è); le forze applicate (puntiformi) agiscono solo sugli atomi-molecole vicini che si spostano; non hanno forma, ma hanno un volume proprio; sono incompressibili.

Stato gassoso: gli atomi-molecole si muovono velocemente e urtano fra loro, sono soggetti alla forza di gravità (se c'è), ma la velocità che possiedono fa sì che si muovano per tutto il volume occupato senza stratificarsi l'uno sull'altro come i liquidi; non è possibile applicare forze (puntiformi); non hanno forma né volume propri; sono comprimibili.

Liquidi ed aeriformi si chiamano FLUIDI, entrambi hanno bisogno di un contenitore dove contenerli.

Per applicare forze ad un fluido (elemento liquido o gassoso), è necessario aumentare l'impronta della forza applicata, cioè la forza puntiforme deve essere applicata attraverso una superficie.

La grandezza che unisce forza agente e superficie si chiama pressione.

LA PRESSIONE E' UNA GRANDEZZA DERIVATA DEL SISTEMA INTERNAZIONALE, è un vettore.

I meccanismi idonei ad applicare pressioni ai fluidi sono rappresentati da pistoni che si muovono perfettamente entro cilindri, come ad esempio le siringhe sanitarie ed i pistoni dei motori a scoppio.

Anche se per certi aspetti aeriformi e liquidi sono simili, la comprimibilità degli aeriformi li rende più complessi e ci limiteremo per ora allo studio dei soli liquidi.

PRINCIPIO DI PASCAL: *La pressione applicata ad un liquido si trasmette inalterata in tutte direzioni a tutto il liquido ed agisce perpendicolarmente alle superfici bagnate.*

Se da una parte l'impossibilità di applicare direttamente ad un liquido una forza puntiforme, rappresenta una complicazione, dall'altra è possibile applicare una pressione ad un liquido e ritrovarla inalterata in tutto il liquido ed in tutte le direzioni (anche a centinaia di metri e chilometri). E' possibile sfruttare questa proprietà per trasmettere pressioni anche a grandi distanze e trasformarle in forze agenti in qualunque direzione.

LEGGE DI STEVIN O DELLE PRESSIONI IDROSTATICHE: Un liquido pesante (in presenza di gravità) fermo esercita, sugli strati di liquido sottostante, una pressione direttamente proporzionale all'altezza del liquido, alla sua densità ed alla interazione gravitazionale (accelerazione di gravità): $P = d \cdot g \cdot h$

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE, Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del liquido spostato.

GALLEGGIAMENTO:

Se la spinta del fluido è maggiore del peso del corpo, il corpo galleggia.

Se la spinta del fluido è minore del peso del corpo, il corpo affonda nel fluido.

Se la spinta del fluido è minore del peso del corpo, il corpo ritrova in equilibrio indifferente, quando è completamente immerso rimane nella stessa posizione verticale, senza affondare o emergere.

corpo rigido Soggetto a traslazione e rotazione

Equilibrio del corpo rigido

=

Equilibrio delle forze:

Equazione cardinali della statica:

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

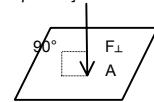
Equilibrio dei fluidi

=

Equilibrio delle pressioni

$$\Sigma P = 0$$

Pressione: rapporto fra la forza agente ortogonalmente (90°) ad una superficie e l'area della superficie stessa $P = F/A$ [$N/m^2 = Pa$]: la pressione esercitata dalla forza di 1 N che agisce perpendicolarmente su una superficie di $1 m^2$. Il Pascal è in sé una pressione piccola]



NB se la forza non è ortogonale al piano, è necessario scomporla nelle due componenti perpendicolare e parallela

Torchio idraulico è un meccanismo che consente di trasmettere forze ad un liquido con la possibilità di modificarne intensità, direzione e verso. E' composto da una coppia di cilindri a tenuta con pistone (di diametri anche diversi) collegati insieme da un tubo e contenenti liquido (in genere oleoso). E' possibile realizzare un semplice torchio idraulico collegando due siringhe diverse contenenti acqua e collegate da un tubicino.

Sono torchi idraulici:

- tutti i freni idraulici di auto e ciclomotori;
- i meccanismi che muovono le benne degli scavatori, che sollevano i cassoni ribaltabili;
- i pistoni che azionano i carroporti elevatori o quelli di alcuni ascensori;
- le presse idrauliche di qualunque genere.

Per il principio di Pascal questa pressione agisce inalterata in tutte le direzioni.

Conseguenza della legge di Stevin è il **Principio dei vasi comunicanti**: In tutti i vasi comunicanti il liquido raggiunge la stessa altezza, indipendentemente dalla forma e dimensioni del contenitore.

Il principio di Archimede vale anche per gli aeriformi (si pensi ad un palloncino gonfiato ad elio, alle mongolfiere od ai palloni aerostatici).

I pesci ed i sommergibili sfruttano il principio di Archimede per scendere in profondità, emergere o restare fermo. Il risultato si ottiene modificando il peso del corpo: i pesci immagazzinano acqua nella vescica natatoria, i sommergibili nei cassoni.

Il problema del galleggiamento si risolve ponendo in equilibrio il peso del corpo con la spinta (peso del liquido spostato).

- 1 Gli esercizi di idrostatica vengono risolti attraverso l'uguaglianza delle pressioni. Riferendosi alla linea tratteggiata, le pressioni esercitate al di sopra di questa nei due rami, dovute rispettivamente alle colonne d'acqua e d'olio, dovranno essere uguali:

Pressione nel ramo di sinistra = Pressione nel ramo di destra

$$P_s = P_d$$

Come noto la pressione si può calcolare in due modi:

- (1) $P = F_{\perp}/S$ (Forza che agisce perpendicolarmente ad una superficie/ Superficie)
 (2) $P = d \cdot g \cdot h$ (valida per un liquido)

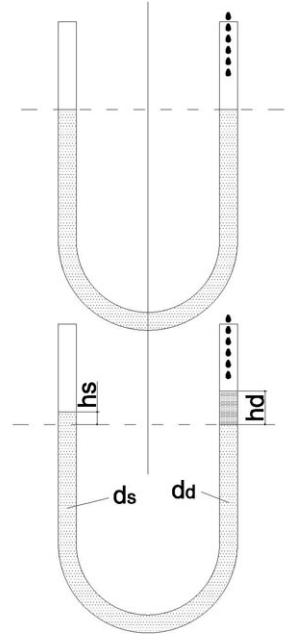
Si applica la (2): $P_{sinistra} = P_{destra} \quad d_s \cdot g \cdot h_s = d_d \cdot g \cdot h_d$

Si semplifica g e si sostituiscono i dati noti

$$1000 \cdot h_s = 750 \cdot 10 \rightarrow h_s = 750 \cdot 10 / 1000 = \boxed{7,5 \text{ cm}}$$

N.B. Sia la 1 che 2, rappresentando una pressione (unità di misura Pascal), dovrebbero avere le densità espressa in kg/m^3 e le misure lineari in m. Dal momento che non si richiede di ricavare il valore della pressione, ma in genere quello di una delle grandezze indicate, è possibile inserire i valori in cm o le densità in g/cm^3 , purché ciò avvenga in ambo i membri dell'uguaglianza:

$$1000 \cdot h_s = 750 \cdot 0,10 \rightarrow h_s = 750 \cdot 10 / 1000 = 0,75 \text{ m}$$



$$D_d = 750 \text{ kg/m}^3$$

$$D_s = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$h_d = 10 \text{ cm}$$

- 2 Il tubo ad U di figura contiene acqua e si trova in equilibrio. Viene aggiunto olio nel ramo di destra (l'olio non si mescola con l'acqua) e contemporaneamente il livello dell'acqua nel ramo sinistro sale. Sempre nel ramo di destra viene aggiunto ulteriormente un tipo di diverso olio; automaticamente il livello dell'acqua nel ramo sinistro sale. Al termine della immissione si nota che i livelli nei due rami non sono più uguali, quello di destra è maggiore di quello di sinistra. Si vuole sapere quale sarà la misura dell'altezza dell'acqua nel ramo sinistro. Si conoscono naturalmente le densità dei due liquidi.

Risoluzione

Analogamente a quanto fatto nell'esercizio precedente si risolverà attraverso l'uguaglianza delle pressioni nei due rami. Riferendosi alla linea tratteggiata, le pressioni esercitate al di sopra di questa nei due rami, dovute rispettivamente alle colonne di acqua e di olio, dovranno essere uguali:

$$\text{Pressione nel ramo di sinistra} = \text{Pressione nel ramo di destra}$$

$$P_s = P_{d1} + P_{d2}$$

Come noto la pressione si può calcolare in due modi:

Si applica la (2): $P_{sinistra} = P_{destra} \quad d_s \cdot g \cdot h_s = d_{d1} \cdot g \cdot h_{d1} + d_{d2} \cdot g \cdot h_{d2}$

Si semplifica g e si sostituiscono i dati noti

$$D_{d1} = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$D_{d2} = 700 \text{ kg/m}^3$$

$$D_s = 1000 \text{ kg/m}^3$$

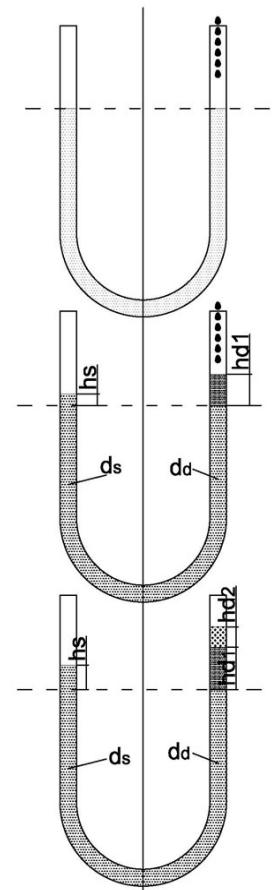
$$h_{d1} = 7 \text{ cm}$$

$$h_{d2} = 5 \text{ cm}$$

$$1000 \cdot h_s = 900 \cdot 7 + 700 \cdot 5 \rightarrow 1000 \cdot h_s = 6300 + 350 \rightarrow h_s = 9800 / 1000 = \boxed{9,8 \text{ cm}}$$

Esprimendo le altezze in metri si ottiene:

$$1000 \cdot h_s = 900 \cdot 0,07 + 700 \cdot 0,05 \rightarrow 1000 \cdot h_s = 63 + 35 \rightarrow h_s = 98 / 1000 = 0,98 \text{ m}$$



- 3 Il torchio idraulico di figura è in equilibrio, si vuole determinare il valore della forza F_s note le dimensioni geometriche dei pistoni.

Come usuale l'equilibrio del sistema lo si ottiene attraverso l'equilibrio delle pressioni.

Pressione esercitata dalla forza sul pistone di sinistra = pressione esercitata dalla forza sul pistone di destra.

$$P_s = P_d$$

Si applica la (1): $P_{sinistra} = P_{destra} \quad F_s/S_s = F_d/S_d$

Analogamente agli esercizi precedenti è possibile misurare i diametri liberamente in cm invece che in m perché non dobbiamo ottenere come unità di misura derivata Pa.

$S = \text{area del cerchio} \quad S = \pi R^2$, se al posto del raggio si inserisce il diametro \varnothing (lettera greca "fi"), come normalmente

Il torchio idraulico è dispositivo importante e molto impiegato nella tecnica. Applicando una forza su uno dei due pistoni, si ottiene equilibrio applicando una forza diversa sull'altro. Dimensionando opportunamente i due cilindri è possibile amplificare molte volte le azioni al pari di quanto avviene nelle leve meccaniche. Potremmo definire il torchio idraulico una leva idraulica. E' possibile realizzare il

avviene perché commercialmente i cilindri sono caratterizzati dal diametri e non dal raggio, la formula diventa:
 $S = \pi(\varnothing/2)^2 \rightarrow S = \pi\varnothing^2/4$ questa ultima è la relazione che verrà usualmente applicata.

Soluzione ① Vengono calcolate separatamente le due superfici

$$S_s = \varnothing_s^2 \cdot \pi / 4 = \pi \cdot 2^2 / 2 = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$S_d = \varnothing_d^2 \cdot \pi / 4 = \pi \cdot 8^2 / 2 = 100,48 \text{ cm}^2$$

$$F_s = F_d \cdot S_s / S_d \rightarrow F_s = 700,14 / 100,48 = \boxed{21,875 \text{ N}}$$

Soluzione ② Si scrive tutta la formula senza calcolare prima le aree e si semplifica $\pi/4$ ad ambo i membri.

$$\frac{F_s}{\frac{\varnothing_s^2 \cancel{\pi}}{4}} = \frac{F_d}{\frac{\varnothing_d^2 \cancel{\pi}}{4}} \rightarrow \frac{F_s}{\varnothing_s^2} = \frac{F_d}{\varnothing_d^2} \quad (a)$$

$$\rightarrow F_s = F_d \cdot \varnothing_s^2 / \varnothing_d^2 \rightarrow F_s = 700 \cdot 2^2 / 8^2 = \boxed{21,875 \text{ N}}$$

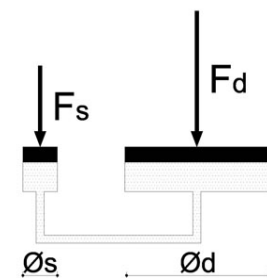
Soluzione ③ La formula (a) può essere anche scritta sostituendo al diametro il raggio

$$\frac{F_s}{R_s^2} = \frac{F_d}{R_d^2} \quad (b)$$

$$\rightarrow F_s = 700 \cdot 1^2 / 4^2 = \boxed{21,875 \text{ N}}$$

In genere il calcolo di torchio idraulico si risolve semplicemente eseguendo il quadrato del rapporto fra i diametri che si può definire come indice di riduzione (è l'equivalente del rapporto fra i bracci nelle leve) $Rr = (\varnothing_1 / \varnothing_2)^2$. A differenza che nelle leve però, dove la proporzionalità è semplice, questa relazione è invece quadratica. Se ad esempio il rapporto fra i diametri è 2, allora il rapporto di riduzione è $2^2 = 4$ e la forza maggiore è 4 volte quella minore. Nell'esercizio precedente il rapporto fra i diametri è 2/8, il rapporto di riduzione è pertanto $1/4^2 = 1/16$, la forza equilibrante è pertanto $700/16 = 21,875 \text{ N}$.

modello di un torchio idraulico utilizzando due siringhe di diverso diametro collegate con un tubicino e contenenti acqua.



$\varnothing_s = 2 \text{ cm}$
 $\varnothing_d = 8 \text{ cm}$
 $D_s = 1000 \text{ kg/m}^3$

4 Si vuole chiudere il foro esistente nel muro della diga di figura a lato, la diga contiene acqua. Quale forza è necessario applicare al tappo per contenere l'acqua? Come usuale la risoluzione del problema avviene attraverso l'equilibrio delle pressioni:

Pressione del liquido = Pressione esercitata dal tappo

In questa circostanza la pressione del liquido si calcola con la (2), mentre quella del tappo con la (1)

$$P_{\text{liquido}} = P_{\text{tappo}} \rightarrow d \cdot g \cdot h = F/S$$

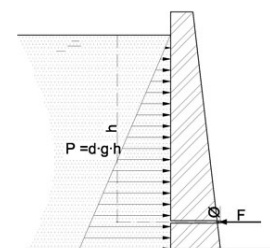
$$\rightarrow F = d \cdot g \cdot h \cdot S \rightarrow \boxed{F = d \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot \varnothing^2 / 4}$$

ricordando che:

$$d_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad (10^3)$$

$$\varnothing = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m} \quad (10^{-2})$$

$$F = 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 8 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 = 78,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} = \boxed{7,84 \text{ N}}$$



$h = 8 \text{ m}$
 $\varnothing = 2 \text{ cm}$

5 Il dispositivo schematizzato in figura rappresenta il sistema frenante di uno scooter.

Una forza F_m esercitata dalla mano agisce sulla leva del freno. La leva agisce a sua volta (come uno schiaccianoci) applicando una forza maggiore F_s sul pistone piccolo di un torchio idraulico. Attraverso il circuito idraulico la forza trasmessa dalla leva viene amplificata dal pistone maggiore ed agisce sul disco del freno con intensità F_c .

RISOLUZIONE

Il problema si risolve applicando due diverse condizioni: prima l'equilibrio alla rotazione della leva, poi l'equilibrio delle pressioni nel torchio idraulico.

1. Equilibrio alla rotazione delle forze F_s e F_m

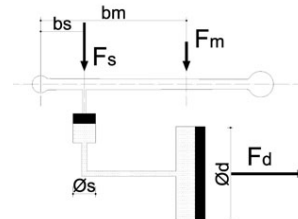
$$F_s \cdot b_s = F_m \cdot b_m \rightarrow F_s = F_m \cdot b_m / b_s \rightarrow F_s = 20 \cdot 20 / 5 = 80 \text{ N}$$

Attraverso la leva si amplifica la forza esercitata dalla mano (F_m) da 20 n a 80 N (4 volte, come 4 è il rapporto fra i bracci delle forze). Questa forza F_s agisce quindi sul pistone piccolo e viene a sua volta amplificata sulle pinze del disco (F_d)

2. Equilibrio del torchio idraulico

Applicando la (a) $\frac{F_s}{\varnothing_s^2} = \frac{F_d}{\varnothing_d^2} \rightarrow F_d = F_s \cdot \varnothing_d^2 / \varnothing_s^2 \rightarrow F_s = 80 \cdot 5^2 / 1^2 = \boxed{2000 \text{ N}}$

Analogamente a quanto già considerato, il rapporto fra i diametri è 1/5, il rapporto di riduzione è $1/5^2$ è pertanto la forza sul pistone sarà 25 volte più grande di quella sul pistone minore. Globalmente il rapporto di amplificazione è $4 \times 25 = 100$ e quindi $20 \times 100 = 2000 \text{ N}$



$F_m = 20 \text{ N}$
 $b_m = 20 \text{ cm}$
 $b_s = 5 \text{ cm}$
 $\varnothing_s = 1 \text{ cm}$
 $\varnothing_d = 5 \text{ cm}$