LE DILATAZIONI

Come noto una variazione di temperatura produce in un elemento una variazione delle dimensioni fisiche (Volume). Diverso sarà il comportamento a seconda che l'elemento si trovi allo stato di aggregazione solido, o liquido, o aeriforme.

In generale i solidi si dilatano meno dei liquidi, che a sua volta si dilatano meno degli aeriformi; lo studio delle dilatazioni termiche nei solidi è più facile rispetto a quello che nei liquidi; le dilatazioni degli aeriformi sono le più complicate perché al cambiare della temperatura e del volume cambia anche la pressione (gli aeriformi sono comprimibili!).

SOLIDI

Lo studio delle dilatazioni nei solidi, anche se riguarda per tutti la variazione del volume , avviene in manierea apparentemente diversa a seconda della forma del corpo. Per questo si distinguono tre tipologie di solidi:

LINEARI Si definisce solido lineare (asta) quel solido che ha una delle tre dimensioni (x,y,z) di ordine di grandezza superiore (10 volte più grande) rispetto alle altre. La variazione di volume si manifesta principalmente sulla dimensione maggiore (allungamento o accorciamento) ed è proprio quella da individuare.

SUPERFICIALI Si definisce solido superficiale (piastra o lastra) quel solido che ha una delle tre dimensioni (x,y,z) di ordine di grandezza inferiore (10 volte più piccola) rispetto alle altre due che sono fra loro confrontabili (doppio, triplo, ..). La variazione di volume avviene in maniera analoga sulle due dimensioni confrontabili e quindi si parla di variazione di superficie ed è proprio quella da individuare.

CUBICI Si definisce solido cubico o tozzo quel solido nel quale tutte e tre le dimensioni (x,y,z) hanno lo stesso ordine di grandezza, sono cioè tutte confrontabili fra loro (doppio, triplo, ..). La variazione di volume si manifesta proporzionalmente in maniera analoga in tutte e tre le dimensioni e pertanto si parla di variazione di volume ed è proprio quella da individuare.

Le dilatazioni termiche rivestono un aspetto molto importante nella tecnica ed in particolare nelle costruzioni. Se infatti un determinato elemento strutturale si dilata (anche se sempre di relativamente poco) in maniera non prevista o controllata, può arrecare danni alle strutture stesse, si pensi ad esempio ai pavimenti delle terrazze assolate che si lesionano quando sono molto estese (se non si è previsto nessun giunto di dilatazione), oppure si pensi alle twin towers di New York che sono crollate a causa delle dilatazioni non previste generate dal calore sprigionatosi nell'incendio.

Sperimentalmente verifica che la dilatazione cambia con il vriare della temperatura, con le dimensioni del solido ed è diversa da materiale a materiale. La proporzionalità fra volume e temperatura, anche se viene considerata lineare, in realtà non lo è; per ovvi motivi di semplificazione e praticità di uso delle formule, spesso si considera approssimativamente lineare.

Si definisce:

Coefficiente di dilatazione lineare di un determinato materiale, e si indica con la lettera greca λ (lambda) la variazione di lunghezza che il corpo subisce quando la sua temperatura cresce da 0°C a 1°C.

$\lambda = \Delta l / l_0 \cdot t$ *se l_o =1m, t=1 °C* $\Rightarrow$ $\lambda = \Delta l$

t_0 = temperatura iniziale pari a 0°C

t = temperatura finale (°C)

l_0 = lunghezza a 0°C (lunghezza iniziale) (m)

Δl = variazione di lunghezza allungamento(+) accorciamento (-) (m)

l = lunghezza finale a t°C

(1) $\Delta l = l_0 \cdot \lambda \cdot t$ RIGOROSE

(2) ↘ $l = l_0 + \Delta l = l_0 + l_0 \cdot \lambda \cdot t$

(2.1) ↘ $\boxed{l = l_0(1 + \lambda \cdot t)}$

La difficoltà di utilizzare le relazioni sopra riportate, sta nel fatto che in generale non si conosce il valore della lunghezza a 0°C, ma quella alla temperatura iniziale. Se in prima approssimazione si considera lineare la relazione fra volume e temperatura e si confonde il valore l_0 (a 0°C) con il valote iniziale alla temperatura iniziale, le relazioni diventano:

(1') $\Delta l = l_i \cdot \lambda \cdot \Delta t$ APPROSSIMATE

(2') $\searrow\ l = l_i + \Delta l = l_i + l_i \cdot \lambda \cdot \Delta t$

(2.1') $\searrow\ \boxed{l = l_i(1+\lambda \cdot \Delta t)}$

Se si volessero utilizzare le relazioni rigorose per determinare ad esempio la lunghezza di un'asta ad una certa temperatura t_f, nota la temperatura iniziale t_i, sarebbe necessario determinare prima la lunghezza che l'asta avrebbe a 0°C (l_0), e solo successivamente determinare la lunghezza finale. Secondo lo schema a lato.

iniziale *0* *finale*

$\boxed{l_i, t_i} \rightarrow \boxed{l_0, 0°C} \rightarrow \boxed{l_f, t_f}$

Eseguendo una volta per tutte questa operazione si scrive la relazione I-0, si scrive la relazione 0-F e se ne fa il rapporto; si semplifica l_0 comune a numeratore e denominatore e si ottiene la relazione rigorosa

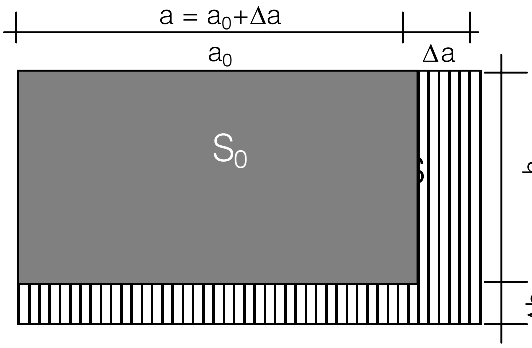
$$\frac{l_i = \cancel{l_0}(1+\lambda \cdot t_i)}{l_f = \cancel{l_0}(1+\lambda \cdot t_f)} \Rightarrow \frac{l_i}{l_f} = \frac{(1+\lambda \cdot t_i)}{(1+\lambda \cdot t_f)} \Rightarrow (3) \quad \boxed{l_f = \frac{l_i(1+\lambda \cdot t_f)}{(1+\lambda \cdot t_i)}}$$

Quanto detto sopra si estende ai solidi superficiali. Si definisce:

Coefficiente di dilatazione superficiale di un determinato materiale, e si indica con la lettera greca σ (sigma) la variazione di superficie che il corpo subisce quando la sua temperatura cresce da 0 °C a 1 °C.

$\sigma = \Delta S / S_0 \cdot t$ *se $S_0 = 1m^2$, $t = 1$ °C* $\Rightarrow$ $\sigma = \Delta S$

Si può dimostrare che $\sigma = 2\lambda$



t_0 = temperatura iniziale pari a 0°C
t = temperatura finale (°C)
S_0 = superficie a 0°C (superficie iniziale) (m^2)
ΔS = variazione di superficie aumento (+)
riduzione (-) (m^2)
S = superficie finale a t°C

(4) $\Delta S = S_0 \cdot \sigma \cdot t$ RIGOROSE

(5) $\searrow\ S = S_0 + \Delta S = S_0 + S_0 \cdot \sigma \cdot t$

(5.1) $\searrow\ \boxed{S = S_0(1+\sigma \cdot t)}$

Solito discorso in merito alla difficoltà nel conoscere le condizioni iniziale, fatto per la dilatazione lineare, vale per quella superficiale.

(4') $\Delta S = S_i \cdot \sigma \cdot \Delta t$ APPROSSIMATE

(5') $\searrow\ S = S_i + \Delta S = S_i + S_i \cdot \sigma \cdot \Delta t$

(5.1') $\searrow\ \boxed{S = S_i(1+\sigma \cdot \Delta t)}$

Se si volessero utilizzare le relazioni rigorose per determinare ad esempio la lunghezza di un'asta ad una certa temperatura t_f, nota la temperatura iniziale t_i, srebbe necessario determinare prima la lunghezza che l'asta avrebbe a 0°C (S_0), e solo successivamente determinare la lunghezza finale. Secondo lo schema a lato.

iniziale *0* *finale*

$S_i, t_i \rightarrow S_0, 0°C \rightarrow S_f, t_f$

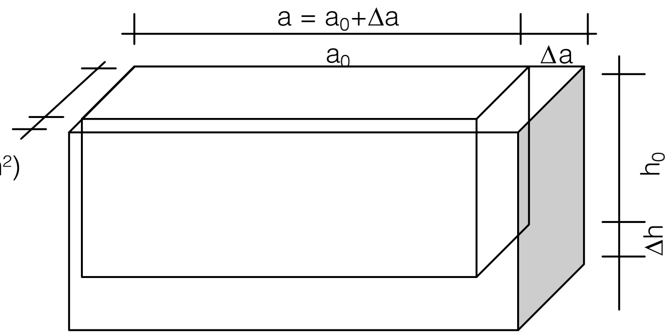
Eseguendo una volta per tutte questa operazionesi scrive la relazione I-0, si scrive la relazione 0-F e se ne fa il rapporto; si semplifica l_0 comune a numeratore e denominatore e si ottiene la relazione

$$\frac{S_i = \cancel{S_0}(1+\sigma \bullet t_i)}{S_f = \cancel{S_0}(1+\sigma \bullet t_f)} \Rightarrow \frac{S_i}{S_f} = \frac{(1+\sigma \bullet t_i)}{(1+\sigma \bullet t_f)} \Rightarrow (6) \quad \boxed{S_f = \frac{S_i(1+\sigma \bullet t_f)}{(1+\sigma \bullet t_i)}}$$

Ripetendo tutti i ragionamenti fatti sopra anche per i solidi:
Coefficiente di dilatazione volumico di un determinato materiale, e si indica con la lettera & la variazione di volume che il corpo subisce quando la sua temperatura cresce da 0 °C a 1°C.

$\kappa = \Delta V / V_0 \bullet t$ *se $S_o = 1m^2$, $t = 1$ °C* $\Rightarrow$ $\kappa = \Delta V$

Si può dimostrare che $\kappa = 3\lambda$



t_0 = temperatura iniziale pari a 0°C
t = temperatura finale (°C)
S_0 = superficie a 0°C (superficie iniziale) (m^2)
ΔS = variazione di superficie aumento (+)
S = superficie finale a t°C

RIGOROSE

(7) $\Delta V = V_0 \bullet \kappa \bullet t$

(8) $\searrow V = V_0 + \Delta V = V_0 + V_0 \bullet \kappa \bullet t$

(8.1) $\searrow \boxed{V = V_0(1+\kappa \bullet t)}$

Solito discorso in merito alla difficoltà nel conoscere le condizioni iniziali, fatto per la dilatazione

APPROSSIMATE

(7') $\Delta V = V_i \bullet \kappa \bullet \Delta t$

(8') $\searrow V = V_i + \Delta V = V_i + V_i \bullet \kappa \bullet \Delta t$

(8.1') $\searrow \boxed{V = V_i(1+\kappa \bullet \Delta t)}$

Se si volessero utilizzare le relazioni rigorose per determinare ad esempio la lunghezza di un'asta ad una certa temperatura t_f, nota la temperatura iniziale t_i, sarebbe necessario determinare prima la lunghezza che l'asta avrebbe a 0°C (S_0), e solo successivamente determinare la lunghezza finale. Secondo lo schema a lato.

I 0 F

$V_i, t_i \rightarrow V_0, 0°C \rightarrow V_f, t_f$

Eseguendo una volta per tutte questa operazione si scrive la relazione I-0, si scrive la relazione 0-F

$$\frac{V_i = \cancel{V_0}(1+\kappa \bullet t_i)}{V_f = \cancel{V_0}(1+\kappa \bullet t_f)} \Rightarrow \frac{V_i}{V_f} = \frac{(1+\kappa \bullet t_i)}{(1+\kappa \bullet t_f)} \Rightarrow (9) \quad \boxed{V_f = \frac{V_i(1+\kappa \bullet t_f)}{(1+\kappa \bullet t_i)}}$$