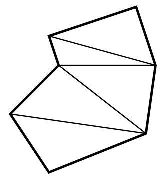
FONDAMENTI DI TRIGONOMETRIA DI UN TRIANGOLO RETTANGOLO

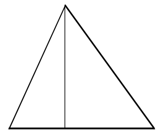
SENO, COSENO, TANGENTE

Abbiamo già visto in quanti e quali modi si possono misurare gli angoli, che la loro misura è essenziale per la risoluzione di numerosi problemi di geometria applicata propri di numerose professionalità.



La sola conoscenza della misura di angoli non è sufficiente da sola alla risoluzione dei problemi, si devono in genere svolgere varie operazioni che possono essere anche piuttosto complesse.

Una efficace dimostrazione dell'importanza degli angoli la troviamo nei triangoli ed in particolare in quelli rettangoli. Il triangolo è proprio la figura geometrica che si incontra più frequentemente (tutti i poligoni sono scomponibili in una serie di triangoli). Attraverso le proprietà dei triangoli è possibile risolvere numerosi problemi.

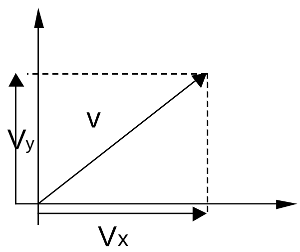


Fra i triangoli assumono una rilevante importanza quelli rettangoli (anche un normale triangolo è scomponibile in due triangoli rettangoli relativi alla base).

Abbiamo imparato ad eseguire somme di vettori per via grafica e sappiamo bene che per fare questa operazione ci vuole foglio e squadre; il risultato grafico è sicuramente accompagnato da un consistente livello di incertezza; l'incertezza è dovuta alla imperfezione che inevitabilmente accompagna tutte le operazioni di disegno grafico.

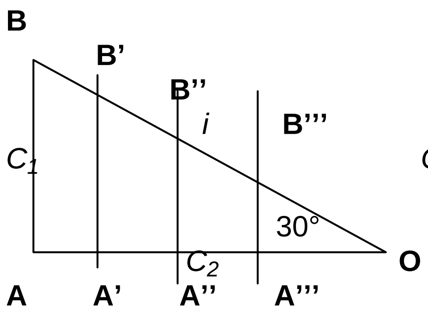
Abbiamo anche imparato ad eseguire somme di vettori per via numerica: sommando i componenti cartesiani e sfruttando tutte le proprietà dei triangoli rettangoli. Senza fare cenno al valore degli angoli che i vettori formano con gli assi cartesiani, abbiamo ben capito che tutto dipende dagli angoli.

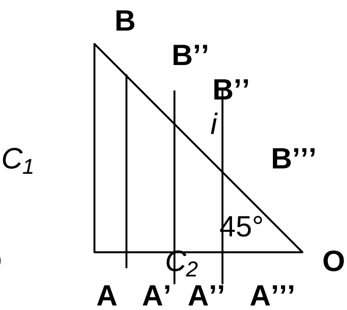
Scopriamo le relazioni fondamentali dei triangoli rettangoli riferite agli angoli.

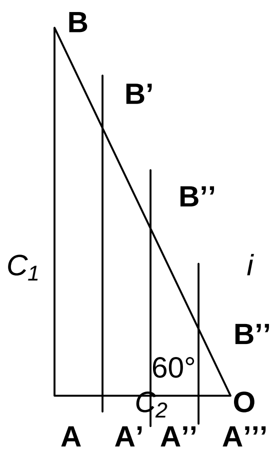


DISEGNIAMO TRE TRIANGOLI RETTANGOLI SERVENDOSI DELLE SQUADRE:

1. con angoli complementari rispettivamente di 30° e 60°;
2. con angoli complementari rispettivamente di 45° e45°;
3. con angoli complementari rispettivamente di 60° e 30°.







Tracciamo una serie di linee parallele all'altezza, così da generare tre famiglie di triangoli rettangoli simili.

Misuriamo tutti i lati di ciascun triangolo, riportiamo le misure in tabella ed eseguiamo i rapporti

- fra ciascun cateto e l'ipotenusa: C_1/i e C_2/i;
- fra i cateti: C_1/C_2 e C_2/C_1.

	AB = C_1	AO = C_2	BO = i	C_1/ i	C_2/ i_1	C_1/ C_2	C_2/ C_1
30° 60°							
0							
‘							
‘’							
‘’’							
45° 45°							
0							
‘							
‘’							
‘’’							
60° 30°							
0							
‘							
‘’							
‘’’							

Come si potrà subito osservare, ciascuno di questi rapporti è costante per tutti i triangoli della stessa famiglia, riferendosi alla prima famiglia,

- *indicheremo il rapporto* $\frac{C_2}{I}$ *come* ***seno di 30°****, e lo scriveremo* ***sen30°*** *o* ***sin30°****;*
- *indicheremo il rapporto* $\frac{C_1}{I}$ *come* ***coseno di 30°,*** *e lo scriveremo* ***cos30°*** *. Coseno vuol dire complementare del seno, così come sono complementari gli angoli 30° e 60° (la cui somma cioè è 90°);*
- *indicheremo il terzo rapporto* $\frac{C_1}{C_2}$ *come* ***tangente di 30°*** *e lo scriveremo* ***tan30°****;*
- *per gli stessi motivi di complementarità indicheremoo l'ultimo rapporto* $\frac{C_2}{C_1}$ *come* ***cotangente di 30°*** *e lo scriveremo* ***cotan30°****.*

Osservando come cambiano i rapporti fra i vari lati, al cambiare degli angoli complementari, si nota che:

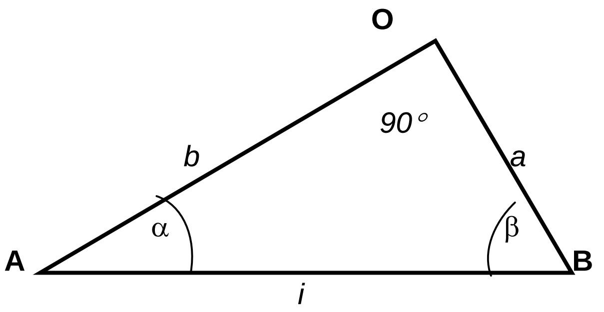
- mano a mano che l'angolo AÔB cresce e l'angolo complementare diminuisce, il suo seno e la sua tangente crescono, mentre il suo coseno e la sua cotangente diminuiscono;
- quando i due angoli complementari sono uguali, cioè valgono 45°, il seno ed il coseno assumono lo stesso valore, come pure fanno tangente cotangente;
- il *sen30°* è uguale al *cos60°*; il *cos30°* è uguale al *sen60°*
- la *tan30°* è uguale alla *cotan60°,* la *cotan60°* è uguale alla *tan30°*.

NB la cotangente non ha importanza ai fini pratici perché è esattamente il reciproco (l'inverso) della tangente.

In generale, in un qualsiasi triangolo rettangolo, il rapporto fra un cateto e l'ipotenusa è chiamato seno o coseno di uno dei due angoli complementari, mentre il rapporto fra i due cateti è chiamato tangente o cotangente di uno dei due angoli complementari.

All'inizio sarà facile confondere il seno con il coseno di un angolo piuttosto che quello dell'angolo complementare, tuttavia con un po' di attenzione, adottando opportuni meccanismi di memorizzazione, il problema non risulterà poi così complicato.

Facciamo riferimento ad un generico triangolo rettangolo di cateti *a, b,* ipotenusa *i,* angoli complementari α e β.



NB le lettere greche α, β, .. vengono utilizzate per indicare angoli; il lato opposto a ciascun angolo viene indicato con la corrispondente lettera dell'alfabeto latino a, b, .. :

il lato a è opposto all'angolo α,

il lato b è opposto all'angolo β,

$sen\alpha = \frac{a}{i} = \frac{cateto\_opposto\_all'angolo}{ipotenusa}$	NB l'angolo è opposto	Seno - Opposto
$\cos\alpha = \frac{b}{i} = \frac{cateto\_adiacente\_all'angolo}{ipotenusa}$	NB l'angolo è compreso fra cateto e ipotenusa	**CO**seno – **CO**mpreso
$sen\beta = \frac{b}{i} = \frac{cateto\_opposto\_all'angolo}{ipotenusa}$	NB l'angolo è opposto	Seno - Opposto
$\cos\beta = \frac{a}{i} = \frac{cateto\_adiacente\_all'angolo}{ipotenusa}$	NB l'angolo è compreso fra cateto e ipotenusa	**CO**seno – **CO**mpreso
$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{cateto\_opposto\_all'angolo}{altro\_cateto}$	NB l'angolo è opposto	Tangene - Opposto
$\tan b = \frac{b}{a} = \frac{cateto\_opposto\_all'angolo}{altro\_cateto}$	NB l'angolo è opposto	Tangene - Opposto

Sino a qualche decennio scorso il valore del seno, del coseno e della tangente era riportato sulle tavole numeriche (solo per un limitato numero di angoli, espressi oltretutto in notazione sessagesimale e non decimale). Oggi i valori di seno coseno e tangente sono memorizzati in una qualunque calcolatrice scientifica tascabile per TUTTI gli angoli possbili immaginabili espressi in una qualunque notazione decimale (sessdecimale, radianti o centesimale). Per conoscere il valore richiesto è necessario utilizzare i tasti $\boxed{\text{SIN}}$ $\boxed{\text{COS}}$ $\boxed{\text{TAN}}$ facilmente invidiabili sull atastiera dell'apparecchio:

1. Scegliere quale notazione angolare si vuole o si deve utilizzare: DEG, RAD, GRAD (sessdecimale, radianti o centesimale) ed impostare correttamente l'apparecchio.
2. Premere il tasto $\boxed{\text{SIN}}$ (se si vuole ad esempio conoscere il valore del seno), di seguito digitare il numero che esprime l'angolo e quindi $\boxed{\text{INVIO}}$. ATTENZIONE, alcune calcolatrici richiedono prima la digitalizzazion del numero e po il tasto $\boxed{\text{SIN}}$.

Con un po' di prove si può facilmente verificare che, misurando gli angoli nella notazione sessadecimale (DEG), i valori variano fra i seguenti estremi:

	0°	45°	90°
SENO	0	0,7071…	1
COSENO	1	0,7071…	0
TANGENTE	0	1	*impossibile* →∞

NB In realtà se si inseriscono angoli superiori a 90° si possono ottenere anche valori negativi si seno, coseno e tangente. Si ottengono risultati utili anche per angoli superiori a 360°: riferendosi alla circonferenza goniometrica ogni 360° abbiamo un angolo giro ed è come se si ricominciasse da zero.