Come noto, in un *sistema isolato* formato da *masse discrete*, la somma delle energie cinetica, potenziale gravitazionale e potenziale elastica, è costante nel tempo: PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA ENERGIA MECCANICA NEI SISTEMI ISOLATI

sistema isolato *Solo forze interne, in pratica senza attrito*

masse discrete *Corpi solidi ben definiti*

Qualcosa di analogo avviene anche quando la massa è rappresentata da un fluido. Se prendiamo in considerazione un *liquido ideale*, che si muove in un condotto in condizioni di *regime stazionario*, la somma delle energie cinetica, potenziale gravitazionale e del lavoro fatto dalle forze di pressione è costante nel tempo: PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA IN UN SISTEMA IDRAULICO ISOLATO: *TEOREMA DI BERNOULLI.* Come evidente l'energia elastica è stata sostituita dall'energia di pressione.

liquido ideale *1- Incomprimibile2- senza viscosità (attrito fra molecole)*

portata *rapporto fra il volume di liquido che scorre in una determinata sezione ed il tempo impiegato ad attraversarla Q=V/Δt [m³/s] In genere per calcolare la portata ci vuole l'area della sezione e la velocità del liquido Q=S•v[m²•m/s=m³/s]*

regime stazionario *la portata rimane costante nel tempo*

pressione *rapporto fra la forza agente ortogonalmente (90°) ad una superficie e l 'area della superficie stessa P=F/S [N/m²= Pa]*

Lpr=P•V[J] lavoro fatto dalle forze di pressione quando il volume rimane costante.

d *densità [kg/m³] = m/V*

$$\boxed{Ec + Eg + Lpr = \text{costante}}$$

Esplicitando i vari termini si ottiene la seguente relazione:

1) $$\boxed{\frac{mv^2}{2} + mgh + P \bullet V = \text{costante}\ [\text{J}]}$$

in genere la 1) non si utilizza in quella forma, se non altro perché non è quantificabile la massa di fluido che transita in una determinata sezione, e dividendo tutto per il volume V, si ottiene la seguente espressione del Teorema di Bernoulli espresso in Pa

2) $$\boxed{\frac{dv^2}{2} + dgh + P = \text{costante}\ [\text{Pa}]}$$

Dividendo ancora per *dg* si ottiene il Teorema di Bernoulli espresso in [m]

3) $$\boxed{\frac{v^2}{2g} + h + \frac{P}{dg} = \text{costante}\ [\text{m}]}$$

I problemi di idrodinamica, in genere, si riferiscono al liquido acqua considerato ideale ed in regime stazionario. Questo naturalmente è falso e la realtà è un po' diversa, per non commettere errore sarà necessario introdurre nella formula alcuni termini per tenere conto dell'energia persa per attrito (non oggetto di studio di questo corso).

- Il regime stazionario è facile da realizzarsi: una pompa che sta facendo muovere il liquido all'interno di un tubo, un rubinetto dell'acqua aperto, …

- La condizione di liquido ideale invece non è possibile da realizzarsi perché se è vero che un liquido è incomprimibile, è altrettanto vero che tutti i liquidi sono più o meno marcatamente viscosi e cioè le singole molecole rotolano le une sulle altre con attrito.

Risoluzione dei problemi. Alle equazioni 2) e/o 3) è spesso necessario associare l'equazione di continuità

equazione di continuità *tenendo conto che la portata è costante, si applica la relazione Q=S•v in due diverse sezioni e si avrà: $S_1 \bullet v_1 = S2_1 \bullet v_2$ [*

4) $$\boxed{\mathrm{v}_1 \bullet S_1 = \mathrm{v}_2 \bullet S_2}$$

Tenendo conto che i tubi hanno in genere sezione circolare

5) $$\boxed{S = \Pi R^2}$$

o indicando invece con Φ il diametro del tubo

6) $$\boxed{S = \frac{\Pi \Phi^2}{4}}$$

la 4) diventa:

4.1) $$\boxed{\mathrm{v}_1 \bullet R_1^2 = \mathrm{v}_2 \bullet R_2^2}$$

4.2) $$\boxed{\mathrm{v}_1 \bullet \Phi_1^2 = \mathrm{v}_2 \bullet \Phi_2^2}$$

Note e varie

Con riferimento alla 3), ciascun addendo rappresenta una lunghezza e viene rispettivamente chiamato:

h = altezza geometrica: è il dislivello che c'è fra due sezioni

$v^2/2g$ = altezza di arresto: l'altezza che il fluido in esame raggiungerebbe se fosse lanciato verso l'alto con la velocità v

p/dg = altezza piezometrica: l'altezza che il fluido in esame raggiungerebbe per effetto della pressione.

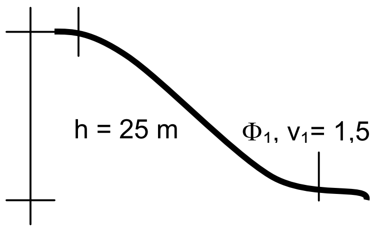
Esercizi

Gli esercizi verranno svolti facendo uso della 2) (espressa in Pa).

Le unità di misura del S.I. sonno tali che i numeri che scaturiscono dai calcoli in ciascun addendo della 2), sono piuttosto grandi, a 5 – 6 cifre. Risulta più semplice far uso della notazione esponenziale con fattore comune a tutti 10^3. Con questa accortezza risulterà possibile eseguire calcoli con numeri più piccoli ed effettuare spesso consistenti semplificazioni.

Esempio

Il condotto di figura porta acqua in regime stazionario ed in assenza di attrito.



La portata espressa in l/s (dm²/s) deve essere convertita in m²/s dividendo per 10^3, moltiplicando cioè per 10^{-3}

La densità dell'acqua è 1000 kg/m,³

La portata è Q = 250 l/s

Nella sezione 1 si conosce P_1 = 300 kPa, v_1 = 2 m/s

Nella sezione 2 si conosce v_2 = 1,5 m/s.

Si vuole determinare il valore della pressione P_2 nella sezione 2 ed i diametri nelle due sezioni.

S applica la 2) alle sezioni 1 e 2:

$300\cdot 10^3+10^3\cdot 9{,}8\cdot 25+2^2\cdot 10^3/2 = P_2 + 10^3\cdot 9{,}8\cdot 0+1{,}5^2\cdot 10^3/2$

semplificando il 10^3:

$300\cdot \cancel{10^3}+\cancel{10^3}\cdot 9{,}8\cdot 25+2^2\cdot \cancel{10^3}/2 = P_2\text{-}10^3 + \cancel{10^3}\cdot 9{,}8\cdot 0+1{,}5^2\cdot \cancel{10^3}/2$

$300+9{,}8\cdot 25+2^2/2 = P_2 +1{,}5^2/2$

$300+ 25 + 2 = P_2 +1{,}125$

$300+ 25 + 2 -1{,}125 = P_2/10^3$

$10^3 = 545{,}875$

$P_2 = 545{,}87\cdot 10^3$ Pa = 545,87 kPa

Per determinare i diametri delle sezioni si utilizza l'equazione di continuità:

$Q=S_1v_1 \Rightarrow S_1=Q/v_1 = 250\cdot 10^{-3}/2 = 125\cdot 10^{-3}\ m^2$

Dalla 6) si ricava $\Phi_1= \sqrt{(4S_1/\pi)} = \sqrt{(4\cdot 125\cdot 10^{-3} /\pi)} = 0{,}399$ m

Dalla 4.2) si ricava $\Phi_2=\sqrt{(v_1\cdot \Phi_1^2/v_2)} = \sqrt{(2\cdot 0{,}399^2/1{,}5)} = 0{,}461$ m