

Appendice A

Elementi di conversione elettronica dell'energia elettrica

INDICE

A.1 Generalità	2
A.2 Componenti di elettronica di potenza	2
A.2.1 Il Diodo.....	3
A.2.2 Il Tiristore	4
A.2.3 Il tiristore GTO	5
A.2.4 Il Transistore bipolare (BJT)	6
A.2.5 Il Mosfet	8
A.2.6 Gli IGBT	9
A.2.7 Confronto fra i diversi interruttori elettronici pilotati in apertura e chiusura	9
A.3 Dispositivi di elettronica di potenza	10
A.3.1 Raddrizzatori a diodi	11
A.3.2 Convertitori a SCR	14
A.3.3 I cicloconvertitori	17
A.3.4 Conversione AC/DC a commutazione forzata: invertitore	19
A.3.5 Conversione DC/DC (frazionatori).....	23
A.4 Grandezze periodiche non sinusoidali	28
A.5 Filtri	32
A.5.1 Principio di funzionamento.....	32
A.5.2 Filtri per realizzare tensioni continue	33
A.5.3 Filtri per realizzare tensioni sinusoidali.....	34
A.5.4 Considerazioni conclusive	34
A.6 Armoniche in sistemi con convertitori (cenni)	34
A.6.1 Ponte trifase di Graetz	34
A.6.2 Frazionatore	36
A.6.3 Invertitore	37
A.7 Esempi numerici	38
A.7.1 Frazionatore con filtro	38
A.7.2 Invertitore a PWM con filtro	40

A.1 Generalità

L'energia elettrica può essere presente a bordo in varie forme: in corrente continua, alternata monofase o trifase, alla frequenza di 50 o 60 ovvero 400 Hz.

Per passare da una forma all'altra è necessario poter disporre di un *sistema di conversione dell'energia elettrica*.

Fino ai primi anni '960 la conversione dell'energia elettrica veniva fatta pressoché esclusivamente con sistemi elettromeccanici: cioè sistemi che convertivano prima l'energia in forma meccanica e poi da meccanica ad elettrica con caratteristiche differenti da quella originaria.

Ma a partire da quegli anni si sono diffusi sempre di più apparati di altro tipo con i quali era possibile effettuare vari tipi di conversione senza passare attraverso la forma meccanica, quindi senza passare attraverso parti in movimento. Tali convertitori sono pertanto detti *statici*. Siccome poi i convertitori statici fanno uso di componenti elettronici (diodi, SCR, GTO, ecc.) essi sono anche detti dispositivi di elettronica di potenza.

La conversione dell'energia elettrica attraverso convertitori statici è di conseguenza detta conversione elettronica dell'energia elettrica.

Convertitori elettronici sono presenti a bordo in particolare:

- nei sistemi di eccitazione (sia statica che brushless) degli alternatori delle centrali elettriche
- nei sistemi di conversione che realizzano le alimentazioni a 400 Hz
- nei sistemi di propulsione elettrica
- nei sistemi di stabilizzazione della frequenza dei generatori-asse
- nei gruppi statici di continuità
- nei sistemi di alimentazione delle reti ausiliarie a 24/28 V in corrente continua
- in eventuali azionamenti elettrici a frequenza variabile

Nella presente Appendice si tratterà in maniera particolarmente semplificata dei principali dispositivi di conversione elettronica dell'energia.

Per poter comprendere l'argomento, però, è necessario premettere una breve presentazione delle forme d'onda periodiche non sinusoidali e sui componenti utilizzati nei dispositivi di elettronica di potenza.

A.2 Componenti di elettronica di potenza

I componenti prevalentemente utilizzati per la realizzazione di dispositivi per la conversione elettronica dell'energia sono riportati nella fig. A.1. I componenti riportati a destra della barra verticale in figura sono sostanzialmente intercambiabili per l'analisi approssimata del funzionamento dei dispositivi di conversione elettronica dell'energia, e pertanto vengono spesso rappresentati dal generico simbolo riportato con il nome di "generico interruttore pilotato in chiusura e apertura".

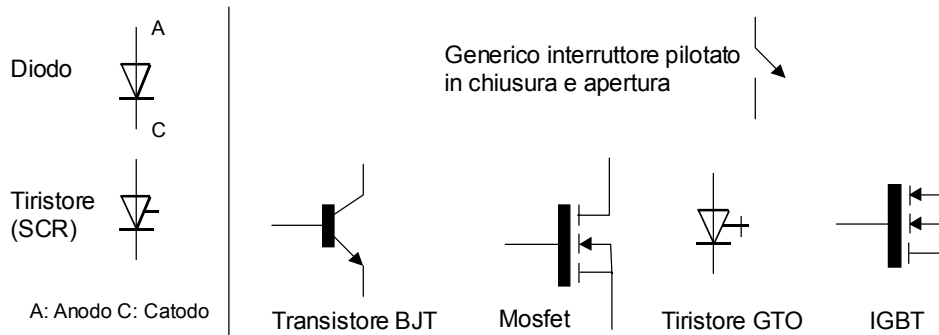


Fig. A.1: Componenti tipici di elettronica di potenza.

A.2.1 Il Diodo

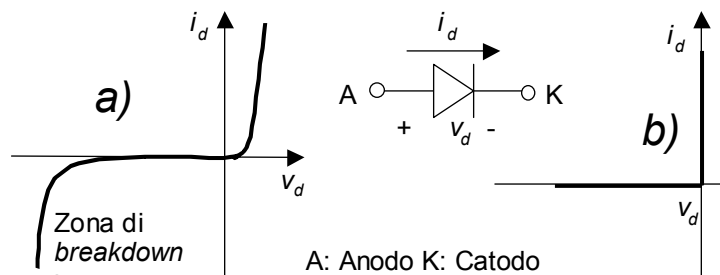


Fig. A.2: Simbolo, caratteristica reale (a) e ideale (b) di un diodo.

Il diodo è un componente di elettronica di potenza a due morsetti il cui comportamento è algebrico (non sono presenti o sono trascurabili dinamiche interne). Esso può quindi essere caratterizzato mediante la caratteristica ai morsetti. In fig. A.2 sono rappresentate la caratteristica reale (a) e idealizzata (b) di un diodo. E' anche riportato il simbolo del diodo con i segni di riferimento indispensabili per interpretare correttamente le caratteristiche fornite.

Per capire come sia possibile ottenere la caratteristica reale del diodo occorrerebbe entrare nel merito della sua costituzione interna, ma questo non verrà fatto nel presente corso. E' comunque importante notare come la caratteristica ai morsetti identifichi completamente il diodo, e pertanto per comprendere il funzionamento dei dispositivi di elettronica di potenza che utilizzano questo componente non è in alcun modo necessario conoscere il perché di questa caratteristica.

Dall'analisi delle caratteristiche si osserva che:

- se si applica una tensione positiva il diodo conduce una corrente che può raggiungere anche valori elevati. Siccome la tensione ai morsetti del diodo anche a correnti pari al limite termico del diodo stesso è modesta (dell'ordine di un volt), in questo caso il diodo si comporta essenzialmente come un corto circuito (collegamento di impedenza trascurabile). Si dice che il diodo è in conduzione.
- se si applica una tensione negativa, la corrente che attraversa il diodo è trascurabile. In questo caso il diodo si comporta essenzialmente come un circuito aperto (collegamento di impedenza infinita). Si dice che il diodo è in interdizione.

Se la tensione negativa supera un certo valore limite, detta massima tensione inversa, la corrente attraversa il diodo nel verso opposto a quello preferenziale, e il diodo si danneggia.

Nell'elettronica di segnale la zona di conduzione inversa viene sfruttata in appositi diodi detti diodi Zener. Nel campo dell'elettronica di potenza essa va invece considerata una zona proibita.

In sostanza possiamo immaginare il diodo come un interruttore che si chiude o si apre in funzione delle condizioni del circuito:

- se il diodo è aperto, esso è polarizzato inversamente. Quando la tensione v_d da negativa diviene positiva, il diodo si polarizza direttamente e passa in conduzione: l'interruttore si chiude.
- se il diodo è chiuso, la corrente fluisce nel verso positivo, e la tensione ai suoi capi è praticamente nulla. Se a questo punto la corrente da positiva tende a diventare negativa, il diodo si polarizza inversamente e la corrente diviene praticamente nulla: l'interruttore si apre.

Per comprendere il funzionamento di un diodo, si consideri il semplice circuito di fig. A.3. Sono rappresentati lo schema e le forme d'onda, che sono autoesplicative.

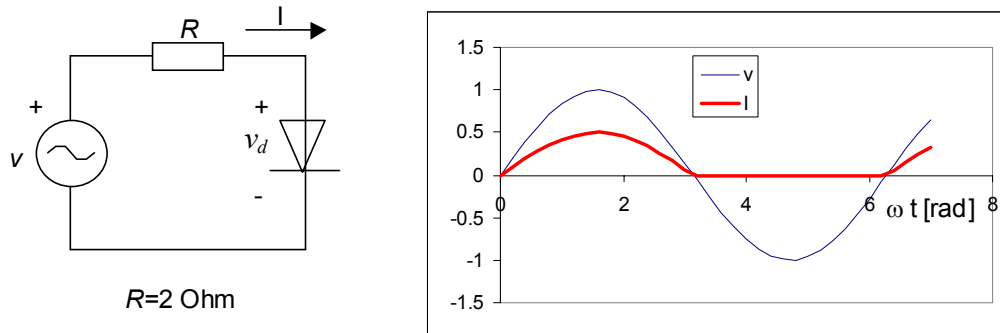


Fig. A.3: Semplice circuito contenente un diodo e relative forme d'onda

A.2.2 Il Tiristore

Il tiristore (o, in inglese SCR, abbreviativo di Silicon Controlled Rectifier) ha un comportamento simile al diodo:

- se si applica una tensione positiva ad un diodo il diodo entra in conduzione e si comporta come un interruttore chiuso. Se si applica una tensione positiva ad un tiristore, esso conduce a condizione che contemporaneamente si invii un impulso di corrente al terzo morsetto, detto di *gate*.
- se si applica una tensione negativa, il tiristore, esattamente come il diodo, passa in interdizione.

Il tiristore può quindi essere immaginato come un interruttore pilotato in chiusura ma non in apertura: tramite il morsetto di comando (il *gate*), possiamo comandare la chiusura dell'interruttore (a patto che sia $v_d > 0$), ma non l'apertura, la quale avviene solo naturalmente quando la corrente (e quindi la tensione) tende ad invertirsi.

In fig. A.4 sono rappresentati simbolo, caratteristica reale ed ideale di un tiristore.

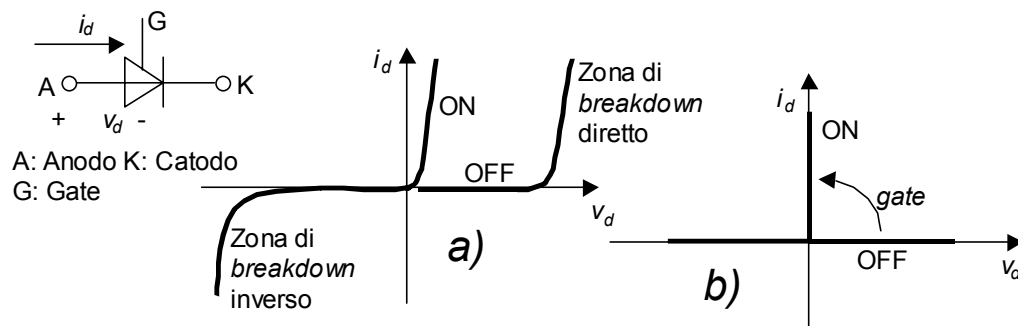


Fig. A.4: Simbolo, caratteristica reale (a) e ideale (b) di un SCR.

Per comprendere il funzionamento di un tiristore, si consideri il semplice circuito di fig. A.5. Sono rappresentati lo schema e le forme d'onda, che sono autoesplicative.

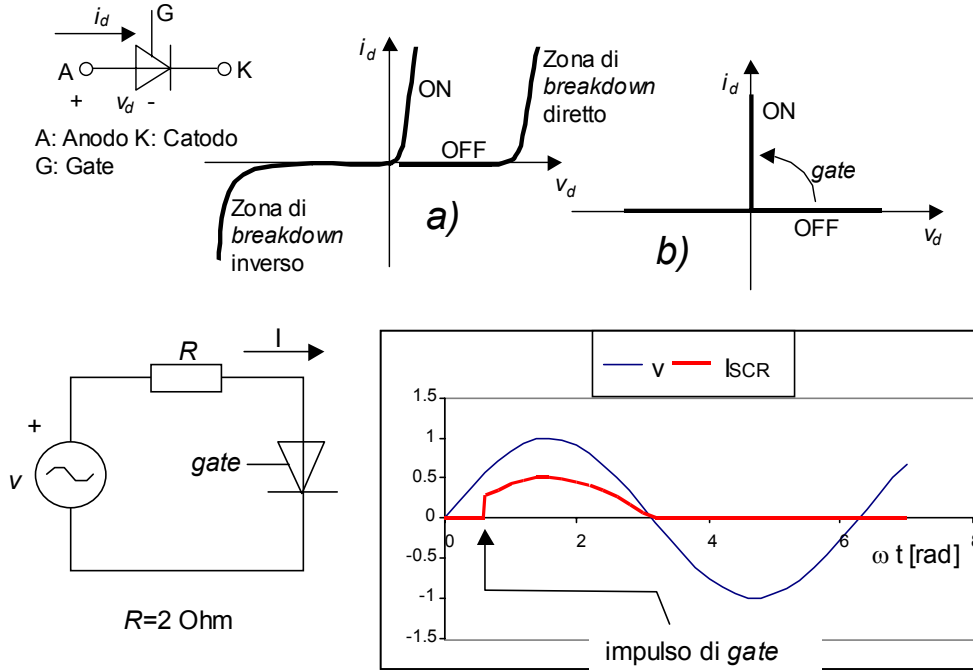


Fig. A.5: Semplice circuito contenente un tiristore e relative forme d'onda.

A.2.3 Il tiristore GTO

Abbiamo detto che il tiristore può quindi essere immaginato come un interruttore pilotato in chiusura ma non in apertura.

Il tiristore GTO, o semplicemente GTO, è un interruttore pilotato in chiusura ed apertura. In effetti il nome in inglese, Gate Turn-Off (GTO) Thyristor significa per l'appunto tiristore con comando di gate per lo spegnimento.

Inviando un impulso positivo di corrente su un GTO polarizzato direttamente se ne provoca l'entrata in conduzione, inviando invece un impulso negativo di sufficiente potenza se ne provoca lo spegnimento.

E' da notare che mentre la corrente di gate per accendere un tiristore o un GTO è una frazione anche molto piccola della corrente che circola nel circuito di potenza (cioè fra anodo e catodo), la corrente necessaria per spegnere un GTO è cospicua, dell'ordine di un terzo della corrente da interrompere (sebbene debba durare solo il tempo necessario allo spegnimento della valvola, ovvero alcuni microsecondi).

In fig. A.6 sono rappresentati simbolo, caratteristica reale ed ideale di un GTO.

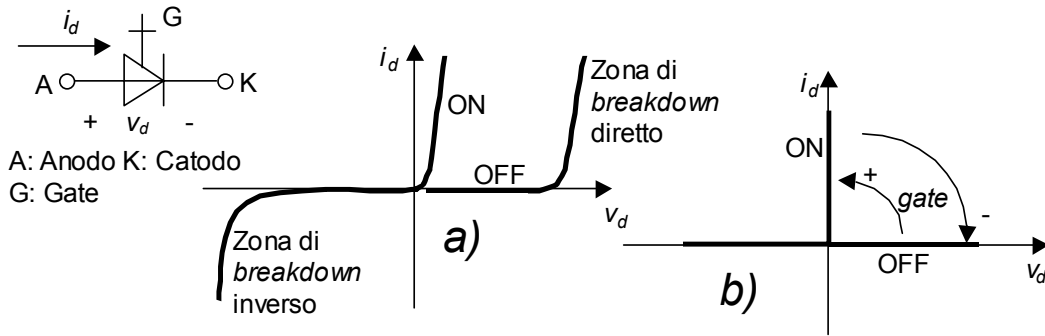


Fig. A.6: Simbolo, caratteristica reale (a) e ideale (b) di un GTO.

Per comprendere il funzionamento di un tiristore, si consideri il semplice circuito di fig. A.7. Sono rappresentati lo schema e le forme d'onda, che sono autoesplicative.

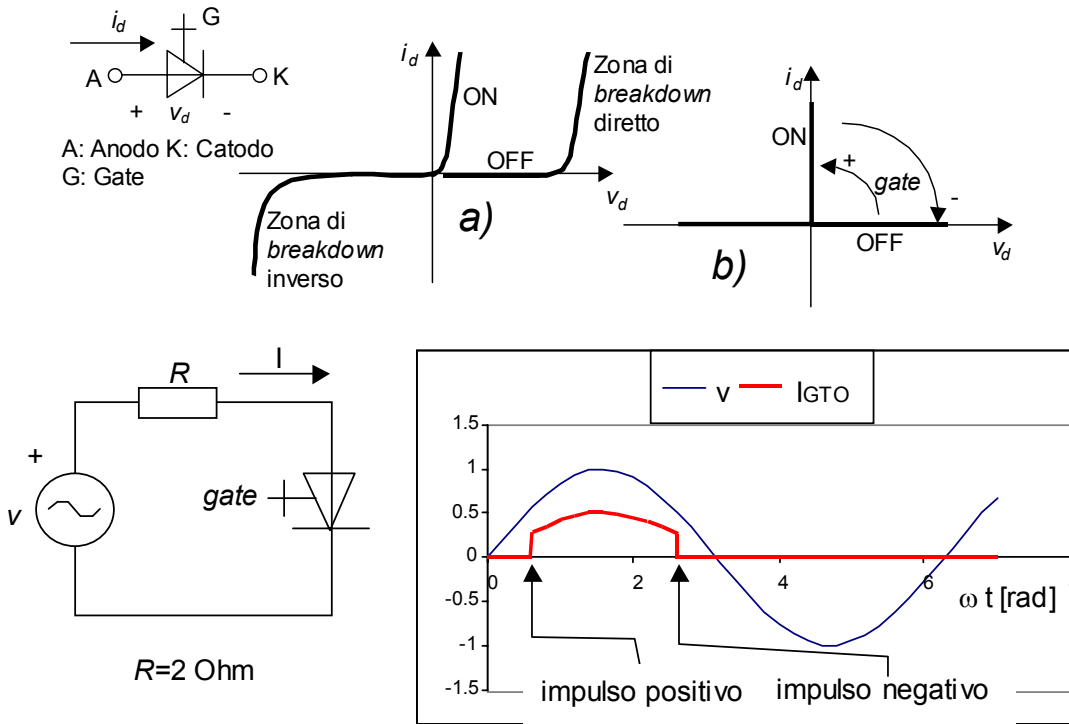


Fig. A.7: Semplice circuito contenente un GTO e relative forme d'onda.

A.2.4 Il Transistore bipolare (BJT)

I transistori bipolari, detti in inglese *Bipolar Junction Transistors* (BJT) sono componenti usati nel campo dell'elettronica analogica, ad es. per la realizzazione di amplificatori.

Essi possono convenientemente essere adoperati anche nel campo dell'elettronica di potenza. Nella figura A.8 ne sono indicate le caratteristiche reali e ideali, quest'ultima per utilizzi nel campo dell'elettronica di potenza.

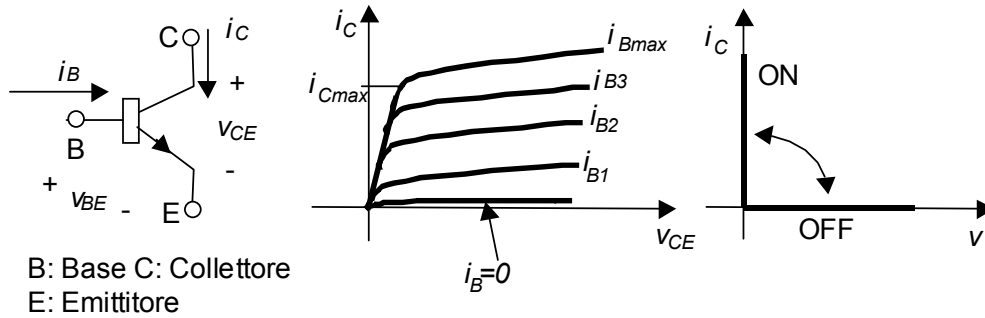


Fig. A.8: Simbolo, caratteristica reale e ideale di un transistor BJT.

Come si vede dalla caratteristica reale, si ha una differente caratteristica collettore-emittitore per ogni valore della corrente di base.

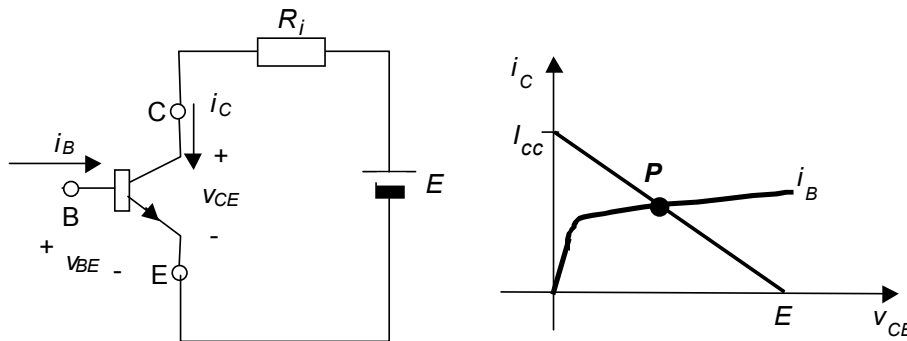


Fig. A.9: Punto di lavoro di un circuito contenente un BJT e un bipolo in c.c.

Il punto di lavoro su cui va a funzionare un semplice circuito lineare in cui sia inserito il transistor, per una data corrente di base I_B è rappresentato in fig. A.9.

In realtà, nel campo dell'elettronica di potenza, argomento del presente capitolo, si usano due sole correnti di base: $i_B=0$ e $i_B=i_{Bmax}$. Pertanto si va a lavorare su due sole delle caratteristiche collettore-emittitore della caratteristica reale. Se si ha l'accortezza di progettare il circuito in cui il componente è inserito in maniera da evitare che la corrente di collettore superi i_{Cmax} , le caratteristiche ottenute possono essere idealizzate come rappresentato nella parte destra della figura A.8. In essa, evidentemente, si trascura una caduta di tensione di *ON-state*, sostanzialmente proporzionale alla corrente e quindi modellabile come una resistenza, nonché una modesta, ma non nulla corrente di *OFF-state*.

Inserito in un circuito, questo componente ha un comportamento simile ad un GTO, salvo il fatto che per mantenere il componente in conduzione deve permanere nella base la corrente i_{Bmax} , mentre nel GTO era necessario inviare impulsi di corrente soltanto durante le commutazioni.

L'inserzione di questo tipo di componenti in un circuito deve essere fatta in modo da non consentire il passaggio di correnti inverse (uscanti dal collettore).

Un semplice circuito in cui è mostrato il modo di funzionamento del componente è mostrato nella fig. A.10.

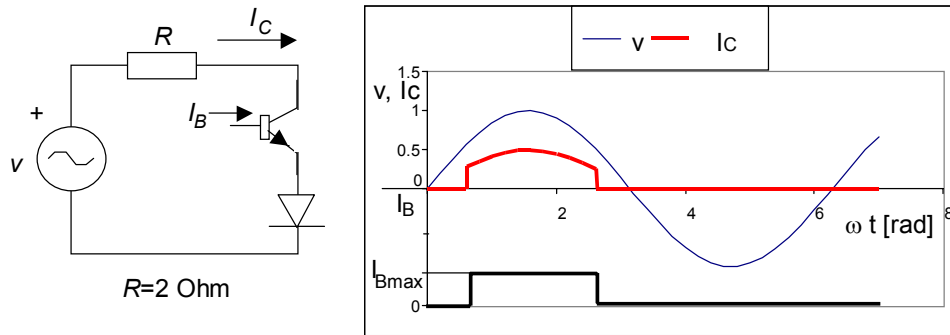


Fig. A.10: Semplice circuito contenente un BJT e relative forme d'onda.

A.2.5 Il Mosfet

Come i BJT i MOSFET¹ (detti anche MOS) sono componenti usati nel campo dell'elettronica analogica, ad es. per la realizzazione di amplificatori, ma possono convenientemente essere adoperati anche nel campo dell'elettronica di potenza.

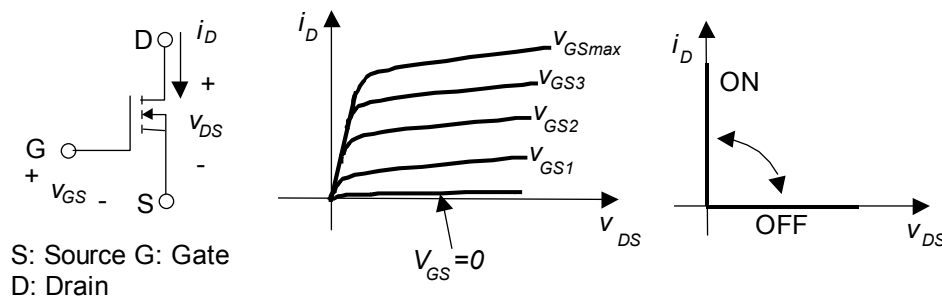


Fig. A.11: Simbolo, caratteristica reale e ideale di un transistor Mosfet.

La differenza principale dai BJT consiste nel fatto che il cosiddetto *pilotaggio*, ovvero il passaggio dallo stato di ON a quello di OFF e viceversa avviene per effetto di una tensione (la v_{GS}) e non di una corrente. Questo consente una realizzazione più semplice del pilotaggio.

La corrente di Gate è nulla tranne che durante le transizioni di stato, ovvero da ON a OFF o viceversa.

Un confronto fra i BJT e i MOS deve tener conto delle perdite dei due dispositivi. Si può osservare che:

- la resistenza in stato di conduzione di un MOS cresce con la tensione di blocco massima ammissibile, mentre i transistori BJT hanno caduta di una tensione diretta in conduzione abbastanza indipendente dal carico e dalla tensione di blocco, dell'ordine di 1-2 V;
- le perdite di commutazione dei MOS sono più modeste di quelle dei BJT.

Di conseguenza, a parità di tensione di blocco i MOS hanno perdite minori solo per frequenze di commutazione più elevate di una certa frequenza critica, dipendente dalla tensione di blocco. Ad esempio per tensioni di blocco dell'ordine di 300-400V i MOSFET sono competitivi rispetto ai BJT in termini di perdite solo a partire da circa 50 kHz.

¹ Acronimo dell'inglese: Metal-Oxide Field Effect Transistor.

Un semplice circuito in cui è mostrato il modo di funzionamento del componente è mostrato nella fig. A.12.

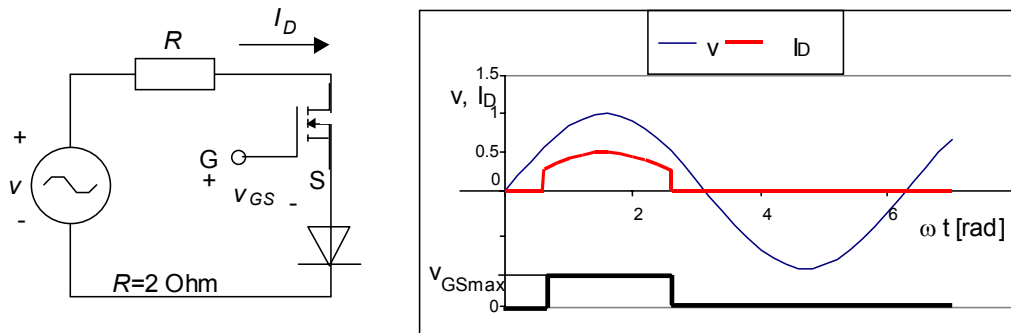


Fig. A.12: Semplice circuito contenente un MOS e relative forme d'onda.

L'unica differenza che si nota in fig. A.12 con il caso dei BJT consiste nel pilotaggio in tensione invece che in corrente.

A.2.6 Gli IGBT

Questo tipo di dispositivi, detti in inglese *Insulated-gate bipolar transistors*, sono quelli nati più di recente fra quelli analizzati, e hanno un utilizzo crescente con gli anni in conseguenza delle loro interessanti caratteristiche, riassunte nel seguito.

Lo schema del componente, unitamente alle sue caratteristiche reali e ideali sono riportate in fig. A.13.

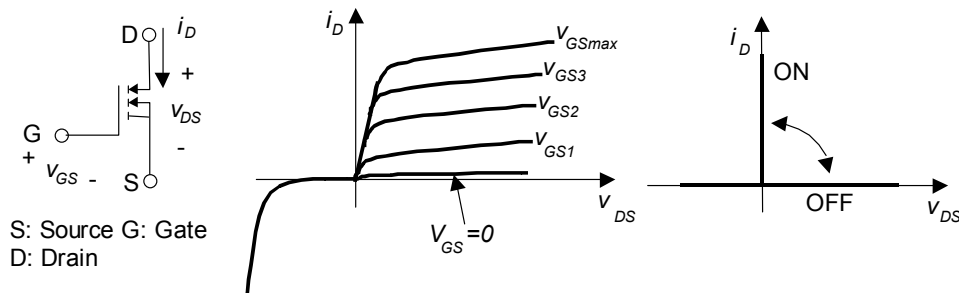


Fig. A.13: Simbolo, caratteristica reale e ideale di un IGBT.

Gli IGBT presentano in un unico componente alcuni vantaggi dei MOS, BJT e GTO:

- in maniera simile ai MOSFET hanno una elevatissima impedenza di gate, quindi con corrente di gate trascurabile, e trascurabile energia richiesta per il pilotaggio;
- analogamente ai BJT hanno una bassa tensione di ON-STATE con corrispondenti modeste perdite di potenza;
- analogamente ai GTO sono in grado di sopportare tensioni inverse.

A.2.7 Confronto fra i diversi interruttori elettronici pilotati in apertura e chiusura

Come abbiamo visto tutti i componenti quali GTO, BJT, MOSFET, IGBT sono sostanzialmente degli interruttori unidirezionali pilotati in apertura e chiusura, e sono quindi, per certi versi intercambiabili.

Peraltro ognuno di questi componenti presenta caratteristiche peculiari che lo contraddistinguono dagli altri. Alcune di esse sono già state evidenziate nella precedente esposizione.

I parametri che più spesso interessano nella scelta di uno di questi componenti per la realizzazione di dispositivi di elettronica di potenza sono i seguenti.

Potenza. In sostanza si tratta di una combinazione della massima corrente trasportabile in condizioni di conduzione (*ON-state*) e della massima tensione tollerabile in condizioni di interdizione.
Velocità di commutazione. Si tratta della capacità di commutare a frequenze elevate. Elevate frequenze di commutazione consentono di avere convertitori di ridotto peso e ingombro, anche se talvolta a scapito del rendimento.

Frequenze oltre i 15kHz presentano inoltre il vantaggio di una notevole silenziosità, in quanto il disturbo acustico emesso è a frequenza pari a quella di commutazione, e a partire da 15 kHz si esce dal campo delle frequenze udibili.

Nella seguente tabella è riportato un confronto qualitativo fra i componenti con riferimento a questi due parametri.

Componente	Potenza	velocità di commutazione	complessità del pilotaggio
GTO	alta	Bassa	alta
BJT	media	Media	media
MOSFET	bassa	Alta	bassa
IGBT	medio-alta	medio-alta	bassa

La tabella può essere completata dalle seguenti considerazioni:

- per piccole potenze (diciamo fino a circa 10 kVA) i componenti utilizzati sono i BJT e MOS, sebbene questi ultimi tendano ad essere i preferiti per via della maggior velocità di commutazione e semplicità di pilotaggio;
- per medie potenze sono molto utilizzati (diciamo fra circa 10 kVA e alcune centinaia di kVA) gli IGBT;
- i GTO sono sostanzialmente l'unica opzione disponibile per potenze di dispositivo molto elevate (orientativamente oltre 1 MVA);
- i GTO e gli IGBT si differenziano dai BJT e MOSFET anche per il fatto di possedere, a differenza di questi ultimi, una capacità di tenuta inversa.

A.3 Dispositivi di elettronica di potenza

Riassumiamo le tipologie di componenti analizzate in precedenza:

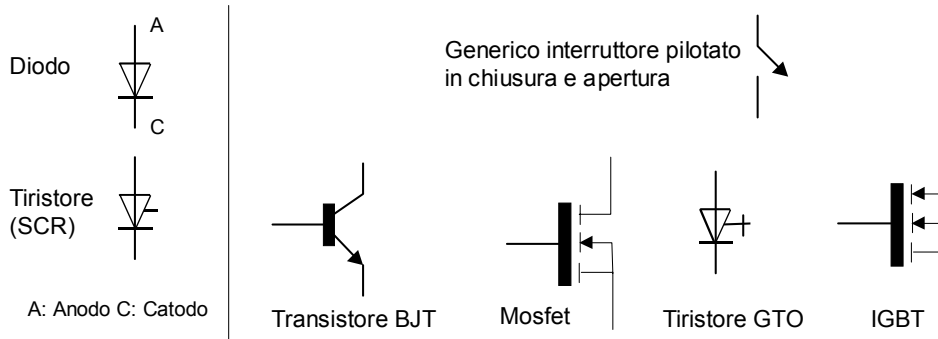


Fig. A.14: Componenti di elettronica di potenza.

Nei successivi paragrafi si mostrerà come tali componenti si connettano fra loro per costituire dei dispositivi in grado di effettuare la conversione del vettore elettrico.

In particolare si analizzeranno:

- dispositivi “a commutazione naturale”² (con diodi, SCR):
 - raddrizzatori
 - raddrizzatori controllati (reversibili, utilizzabili anche come invertitori)
- dispositivi “a commutazione forzata”² (con interruttori pilotati in apertura e chiusura):
 - invertitori (inverter)
 - frazionatori (chopper)

A.3.1 Raddrizzatori a diodi

Un raddrizzatore a diodi è in grado di fornire in uscita una tensione unidirezionale, essendo alimentato da una tensione alternativa.

Lo schema più usato per raddrizzare la tensione proveniente da un sistema in corrente alternata monofase, è quello rappresentato nella fig. A.15, detto “a ponte di Graetz monofase”.

Come si vede dalle grandezze elettriche in uscita, rappresentate nella parte destra della figura, la tensione ottenuta, sebbene unidirezionale, è tutt’altro che costante; questo può risultare accettabile per alcuni carichi in DC, per i quali interessa essenzialmente il valor medio della tensione di uscita, mentre può creare problemi ad altri tipi di carichi che richiedono una forma d’onda più vicina alla forma d’onda DC ideale, ovvero perfettamente costante.

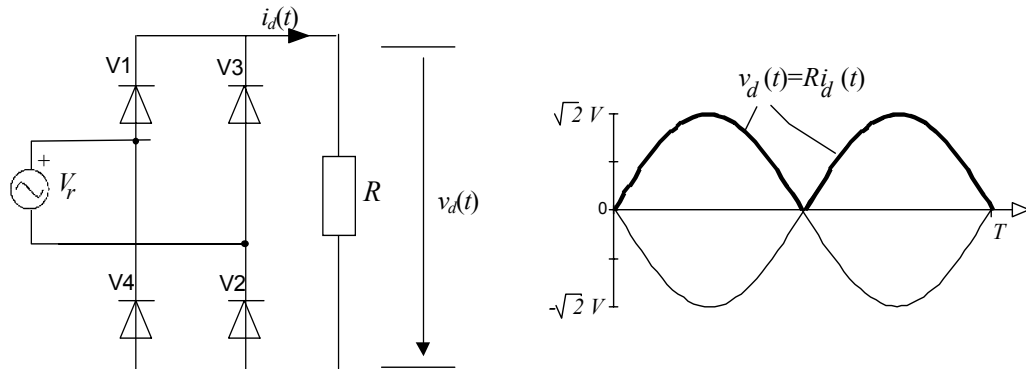


Fig. A.15: Principio di funzionamento di un ponte di Graetz monofase a diodi su carico resistivo.

Lo schema più usato per raddrizzare la tensione proveniente da un sistema in corrente alternata trifase, è quello rappresentato nella fig. A.16, detto “a ponte di Graetz trifase”.

Nella parte destra della figura sono indicate anche, per ognuno dei sei sottointervalli in cui viene ad essere suddiviso il periodo della tensione di alimentazione, la coppia di diodi (valvole) in conduzione. Nella fig. A.17 è indicata la corrispondente corrente primaria (fase r); la corrente secondaria è invece, ovviamente, proporzionale alla relativa tensione ($i_d(t) = v_d(t) / R$).

² Nel seguito verrà chiarito il significato di questa terminologia.

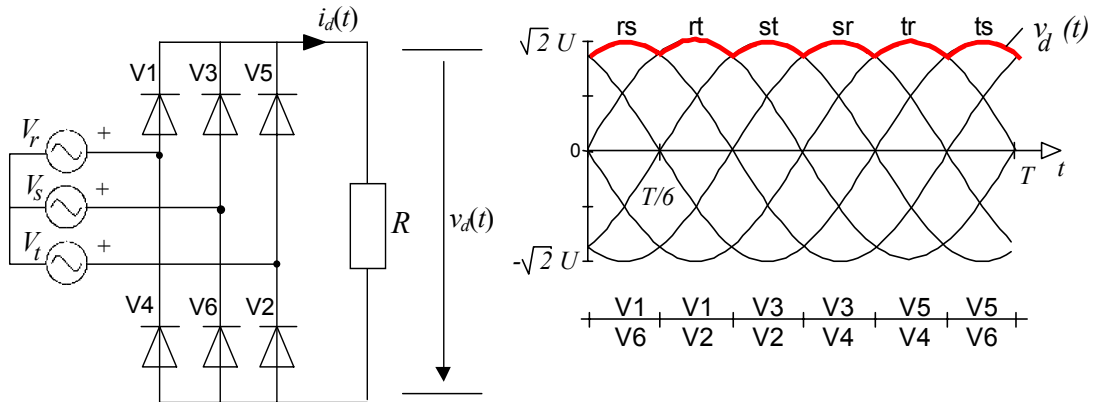


Fig. A.16: Principio di funzionamento di un ponte di Graetz trifase a diodi su carico resistivo.

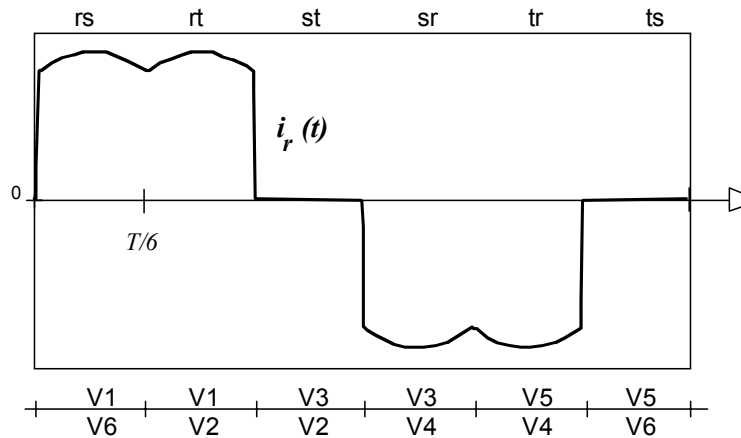


Fig. A.17: Corrente primaria (fase R) del circuito riportato in fig. A.16.

Occorre notare che non sempre il carico di un raddrizzatore può essere schematizzato come un semplice resistore; molto spesso, invece, esso è più correttamente modellato come un bipolo $R-L$, con costante di tempo L/R molto maggiore del periodo delle grandezze lato AC. Inoltre anche la rete AC che alimenta il convertitore va spesso modellizzata come una terna di forze elettromotrici con in serie delle induttanze, piuttosto che delle forze elettromotrici ideali. Lo schema di riferimento diviene quindi quello rappresentato in fig. A.18.

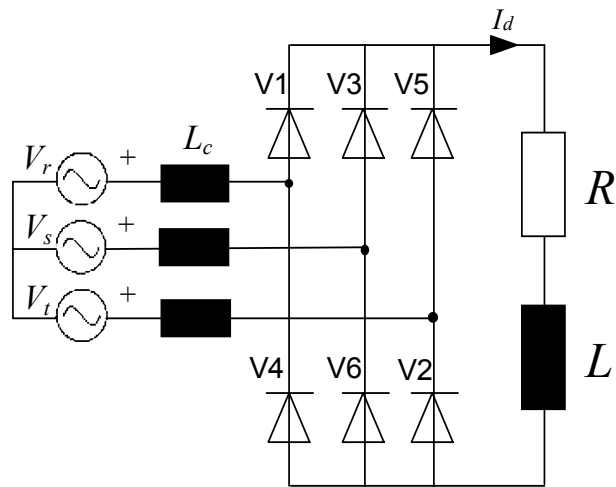


Fig. A.18: Schema si ponte di Graetz trifase alimentante carico R-L, con rete AC non ideale.

Gli andamenti elettrici delle grandezze più importanti sono riportate, in questo caso, nella figura A.19. Nella figura a) le grandezze sono relative ad un caso in cui l'alimentazione è ancora ideale e la costante di tempo lato DC è infinita; nella parte b) della figura, sono riportate invece curve più realistiche.

Si possono fare le seguenti osservazioni.

- **Caso ideale.** Rispetto al caso precedente in cui sul lato DC erano presenti dei resistori puri, l'andamento della corrente di uscita è perfettamente costante anziché proporzionale alla tensione; corrispondentemente la corrente lato AC, nei tratti in cui è diversa da 0, è costante e pari in modulo alla corrente di uscita, anziché essere ondulata.
- **Caso reale.** Da una parte si osserva che la tensione di uscita è modificata, nel senso che anziché essere costituita da una successione di punte di sinusoidi, sussistono dei brevi tratti, in corrispondenza della commutazione da una punta di sinusoidi all'altra, in cui l'andamento è alterato (in questi tratti la tensione è inferiore a quella che si avrebbe nel caso ideale); d'altra parte si osserva che la corrente lato continua non è perfettamente costante, e analogo è quindi l'andamento della corrente lato alternata nei tratti in cui è diversa da 0.

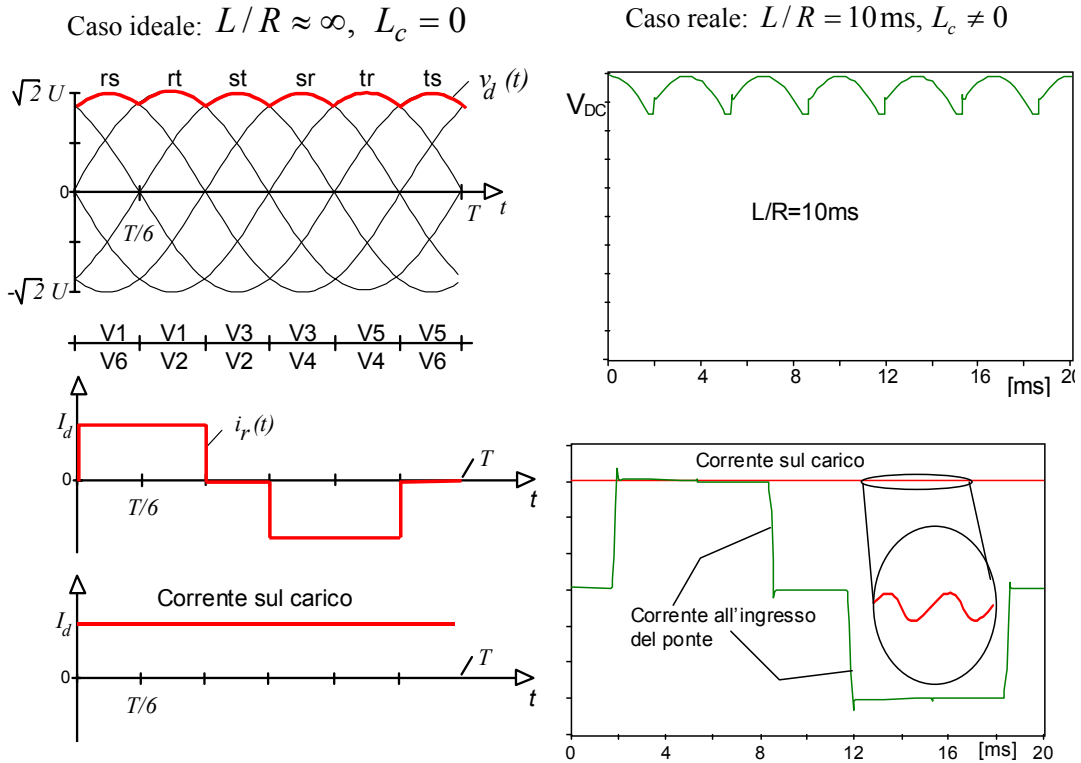


Fig. A.19: Andamenti di grandezze del circuito di fig. A.18 secondo diverse ipotesi sui valori delle grandezze elettriche che ivi compaiono.

A.3.2 Convertitori a SCR

Nel presente paragrafo si considererà sempre di avere a che fare con il caso ideale di tensioni di alimentazione del ponte di Graetz perfettamente sinusoidali, e corrente lato DC perfettamente costante: in sostanza si tratta delle stesse ipotesi che sono state poste alla base del “caso ideale” di fig. A.19.

Nel caso di utilizzo del Ponte a tiristori, l'istante di accensione delle valvole può essere ritardato rispetto a quello naturale dei diodi; questo ritardo, misurato in termini di angolo, è normalmente indicato come angolo α , e tale è indicato nella fig. A.20, che descrive il funzionamento del ponte di Graetz in condizioni ideali per vari valori dell'angolo α .

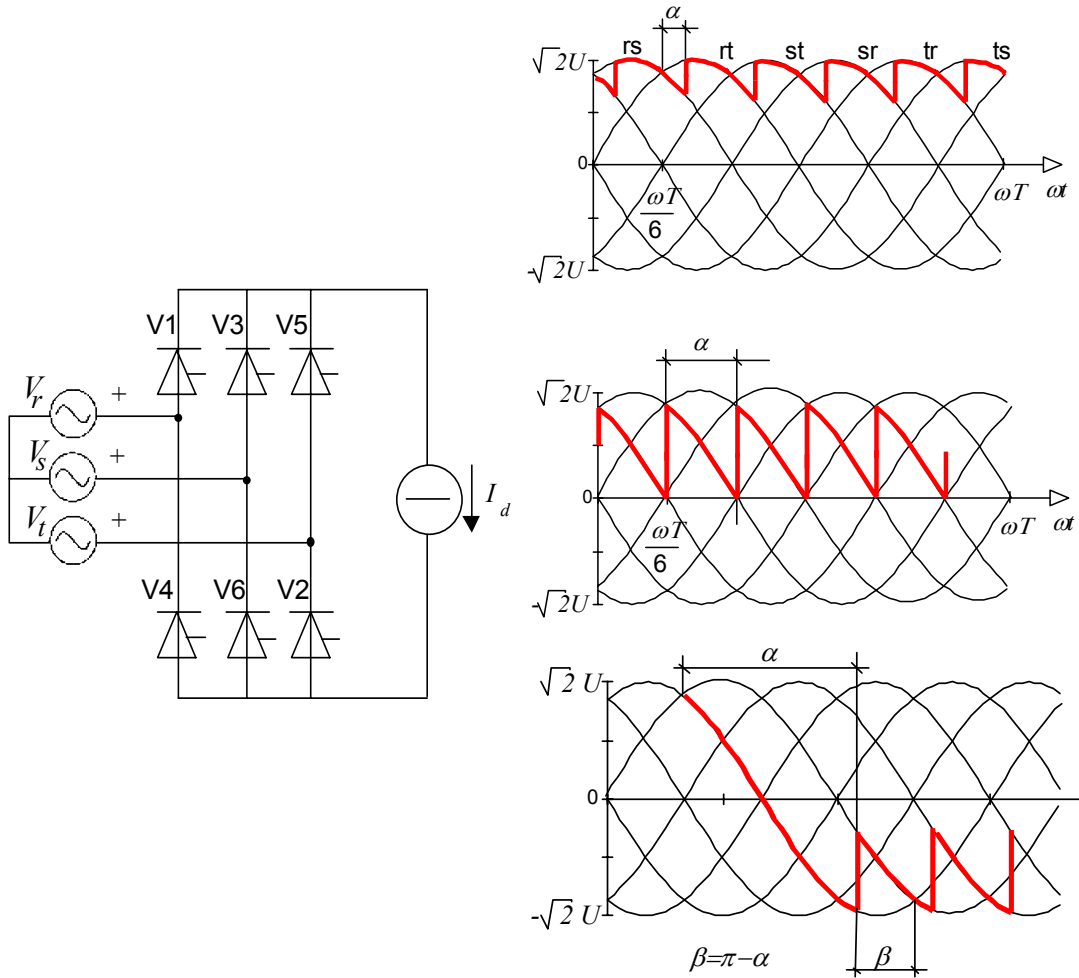
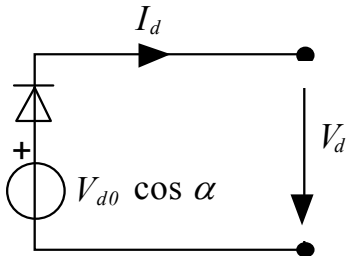


Fig. A.20: Funzionamento del ponte a tiristori in condizioni ideali per vari valori dell'angolo α .

Si può dimostrare agevolmente che la tensione lato DC può essere espressa con la formula:

$$V_{DC} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U \cos \alpha = V_{d0} \cos \alpha$$

Essendo U la tensione concatenata efficace del sistema AC che alimenta il ponte.



Ai fini dei valori medi di tensione e corrente lato DC il sistema può essere rappresentato mediante il circuito rappresentato nella figura accanto.³

Per $\alpha > 90^\circ$ la tensione V_d diventa negativa mentre la corrente I_d rimane positiva: in tal caso la potenza fluisce dal sistema in c.c. DC verso il sistema in c.a. Per tener conto di questo fatto nello schema di figura è stato incluso un diodo.

³ In realtà, per effetto del fatto che la tensione lato AC connessa al ponte non è ideale ma contiene una certa impedenza interna, la tensione V_d reale non è esattamente pari a $V_{d0} \cos \alpha$, ma è presente anche una caduta di tensione, proporzionale alla corrente I_d .

Sempre nel caso di $\alpha > 90^\circ$, per evitare di raffigurare nel circuito una forza elettromotrice continua di valore negativo, la quale può ingenerare qualche confusione nell'analisi, lo schema equivalente può essere raffigurato con riferimento all'angolo $\beta = \pi - \alpha$.

Si perviene quindi allo schema indicato nella parte sinistra della fig. A.21, il quale può per comodità essere rappresentato anche come raffigurato nella parte destra della medesima figura.

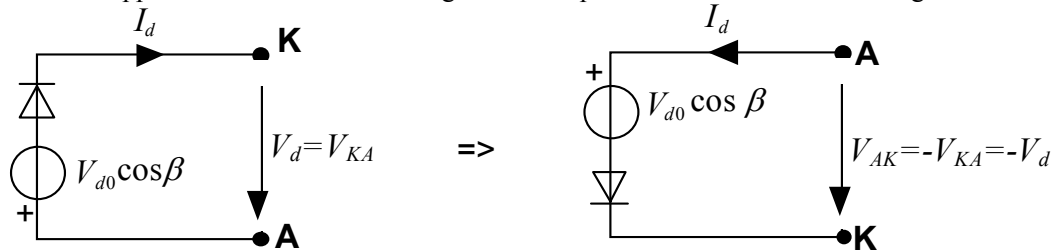


Fig. A.21: Rappresentazione semplificata lato DC di convertitore di Graetz evidenziando l'angolo β .

Risulta conveniente nel caso degli inverter assumere come positive le tensioni che si hanno per angoli β piccoli, cioè ribaltare il riferimento delle tensioni rispetto a quello assunto per i raddrizzatori. Pertanto si ottiene lo schema riportato in fig. A.22.

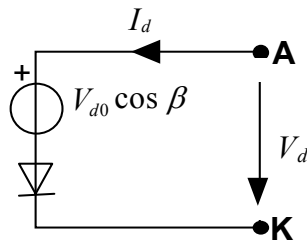


Fig. A.22: Rappresentazione semplificata lato DC di convertitore di Graetz evidenziando l'angolo β .

Occorre notare esplicitamente che la potenza può fluire dal sistema DC verso il sistema AC se sono verificate le seguenti condizioni:

1. il sistema AC è costituito da una rete attiva
2. il sistema DC è dotato di una forza elettromotrice della corretta polarità, secondo lo schema riportato nella fig. A.23, nella quale è, ovviamente, $\alpha > \pi/2$ e $E > |V_{d0} \cos \alpha|$

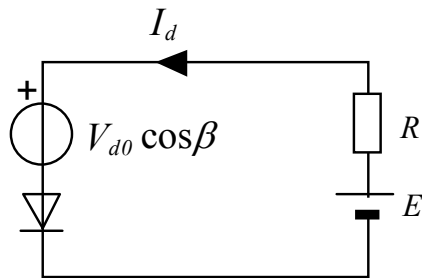


Fig. A.23: Necessità di disporre di una f.e.m. di corretta polarità lato DC per realizzare l'inversione della potenza.

In conseguenza della condizione 1 non è possibile utilizzare un ponte a SCR per alimentare in corrente alternata un carico costituito da impedenze: esso dovrà essere invece costituito da una rete che ha già una sua tensione alternata a prescindere dalla presenza del nostro convertitore, che dovrà servire per la commutazione del convertitore, ovvero l'accensione e lo spegnimento delle

varie valvole. Per tale ragione il convertitore considerato è detto “a commutazione naturale”; convertitori di altro genere, in grado di generare sistemi in alternata adatti per alimentare carichi passivi vengono oggi realizzati prevalentemente mediante dispositivi basati su interruttori pilotati in apertura e chiusura (cfr. par. A.2); alcuni esempi verranno riportati nel seguito del presente capitolo.

Nel caso considerato di ponte di Graetz alimentato da tensioni perfettamente sinusoidali, l'angolo α può arrivare al massimo a 180° , e quindi l'angolo β (ovviamente positivo) può risultare piccolo quanto si vuole. Se si prende a riferimento invece uno schema più realistico in cui l'alimentazione è costituita da forze elettromotrici in serie con delle induttanze (come raffigurato nella fig. A.18 nel caso di ponte a diodi), si può dimostrare che l'angolo β deve rimanere *ampiamente* superiore a 0 e il valore minimo che esso può assumere dipende dalla corrente erogata dal ponte. Peraltro questo tipo di analisi esula dai limiti del presente testo.

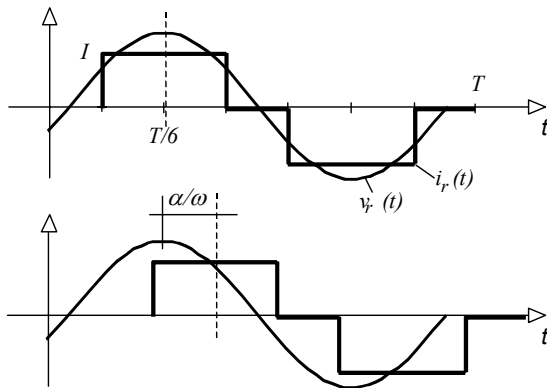


Fig. A.24: Corrente assorbita da ponte di Graetz a SCR..

La corrente assorbita dalla rete in AC dal convertitore a SCR ha la stessa forma d'onda vista per i convertitori a diodi, salvo che la corrente è in ritardo rispetto alla corrente del ponte a diodi di un angolo pari ad α (fig. A.24).

Pertanto, si ha un assorbimento di potenza reattiva per fase AC pari a

$$Q = P \tan \varphi = P \tan \alpha$$

qualunque sia il verso di P .

Il fattore di potenza con il quale la rete AC vede il convertitore è $\cos \varphi = \cos \alpha$; nel caso del ponte a diodi $\alpha=0$, $\cos \varphi=1$.

A.3.3 I cicloconvertitori

Il ponte di Graetz trifase è l'elemento base per la realizzazione di dispositivi di elettronica di potenza molto utilizzati in ambito navale, specialmente per la propulsione elettrica: i cicloconvertitori.

Il funzionamento di questi dispositivi si basa sul fatto che il valore della tensione DC di un convertitore a ponte di Graetz trifase a SCR può essere modificato in ampiezza e segno agendo sull'angolo di accensione dei tiristori α secondo la formula già vista:

$$V_{DC} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U \cos \alpha = V_{d0} \cos \alpha \quad (A.1)$$

Se l'angolo α varia proporzionalmente al tempo, evidentemente la V_{DC} diventa anch'essa una tensione alternativa, a frequenza funzione della velocità di variazione dell'angolo α , quindi in generale diversa da quella che alimenta il ponte.

Per un corretto funzionamento la frequenza della tensione generata lato “DC” dal cicloconvertitore deve essere molto minore di quella lato AC. In pratica il rapporto fra le due frequenze deve essere almeno pari a 3.

Il cicloconvertitore consente di avere tensioni di uscita di ampiezza non superiore a V_{d0} . Posto $m \leq 1$, possiamo infatti ottenere

$$v(t) = m V_{d0} \cos \omega_u t \quad (A.2)$$

scegliendo

$$\alpha(t) = \arccos(m \cos \omega_u t) \quad (\text{A.3})$$

L'angolo α oscilla intorno al valore di $\pi/2$, il quale corrisponde nella (A.1) al valore nullo della tensione di uscita. Più è piccolo m , più la banda di variazione di α intorno a $\pi/2$ è stretta; pertanto valori di m piccoli risultano molto svantaggiosi per il forte assorbimento di potenza reattiva che si viene ad avere dal sistema trifase di ingresso del convertitore.

L'andamento della tensione $v(t)$ desiderata in uscita corrispondente alla (A.2) e la relativa tensione ottenibile con un cicloconvertitore pilotato con la legge (A.3) sono riportate in fig. A.25 nella quale la frequenza di uscita è pari ad un quarto di quella d'ingresso e $m=0,8$.

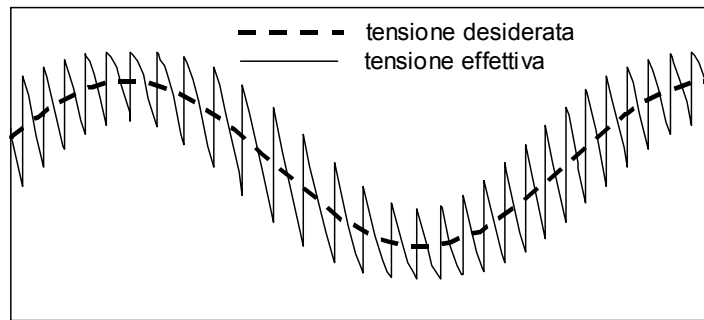


Fig. A.25: Andamento della tensione desiderata ed effettiva di un cicloconvertitore monofase ideale.

Naturalmente occorre tener conto del fatto, già osservato, che la corrente lato DC deve necessariamente uscire dallo del ponte di Graetz al quale sono connessi i catodi degli SCR. Per questa ragione l'andamento della tensione riportato in fig. A.25 può essere ottenuto soltanto se si realizzano condizioni circuitali tali da far uscire la corrente dal lato giusto.

In pratica questo è ottenuto predisponendo per ogni fase due ponti connessi in antiparallelo, secondo lo schema riportato in fig. A.26. Occorrerà misurare continuamente il valore della corrente in uscita dai ponti, e, a secondo del segno delle correnti, inviare gli impulsi di gate al ponte corrispondente.

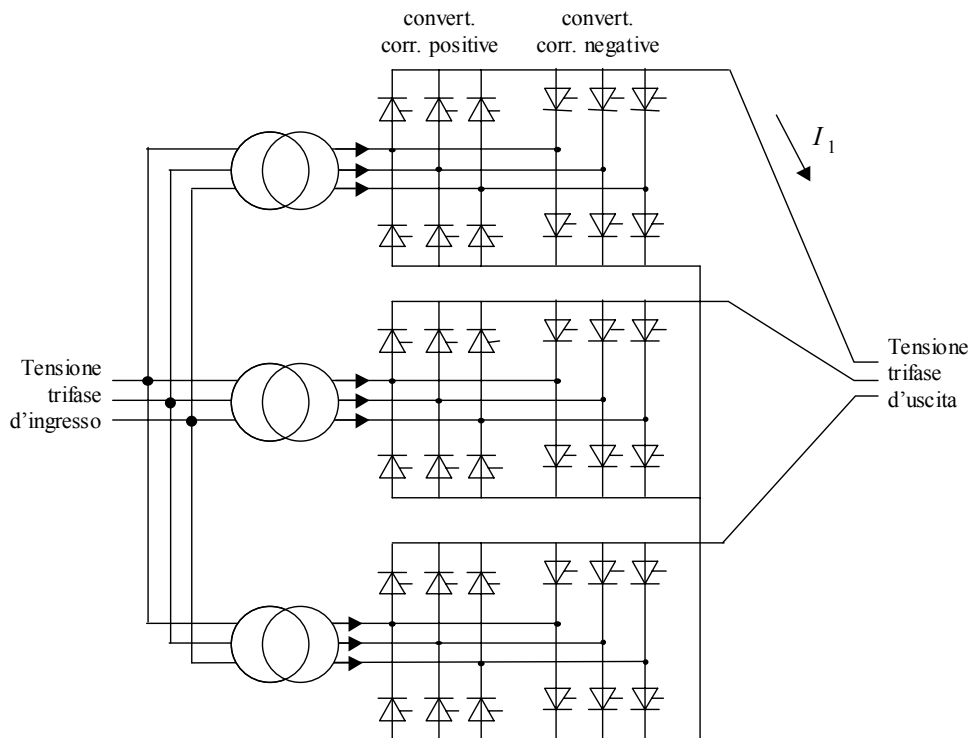


Fig. A.26: Schema di principio della costituzione di un cicloconvertitore trifase.

A.3.4 Conversione AC/DC a commutazione forzata: invertitore

Il convertitore discusso nel presente paragrafo viene comunemente detto *invertitore* (o *inverter*), sebbene sia in grado di trasferire potenza sia dal lato DC verso il lato AC che viceversa.

Nella figura A.27 è riportato il principio di funzionamento del più semplice tipo di inverter, detto *inverter ad onda quadra*. I tasti T_s e T_i sono comandati alternativamente, nel senso che uno dei due è sempre chiuso e l'altro aperto, quindi la chiusura di un tasto avviene simultaneamente all'apertura dell'altro.

In realtà la commutazione perfettamente simultanea di due componenti elettronici è, ovviamente un'astrazione. Normalmente infatti è necessario un certo tempo per un componente per convertire il suo stato da circuito aperto a circuito chiuso e viceversa. Per questa ragione, onde evitare la simultanea condizione di chiusura di T_s e T_i , viene introdotto un tempo morto molto piccolo (da pochi microsecondi a poche decine di microsecondi) in cui entrambi gli interruttori pilotati vengono tenuti aperti; la corrente, comunque, continua a fluire nel carico, transitando in uno dei diodi in antiparallelo.

Nella figura è riportato anche l'andamento qualitativo di tensione e corrente che fluirebbe in un carico $R-L$ alimentato da questo inverter⁴. Negli intervalli di tempo in cui tensione e corrente sono concordi la corrente erogata al carico attraversa uno dei due tasti T_s o T_i , mentre quando sono discordi attraversa uno dei due diodi in antiparallelo; si evita in tal modo di far percorrere l'interruttore stesso da una corrente contraria al verso della freccia, cosa per la quale esso non è progettato.

Nella pratica il carico non è alimentato quasi mai direttamente dall'onda quadra, ma la tensione viene filtrata in maniera da renderla il più possibile simile ad una forma sinusoidale prima di applicarla al carico.

⁴ Nell'esempio mostrato la frequenza delle grandezze di uscita è 50 Hz, e la costante di tempo $L/R=5$ ms.

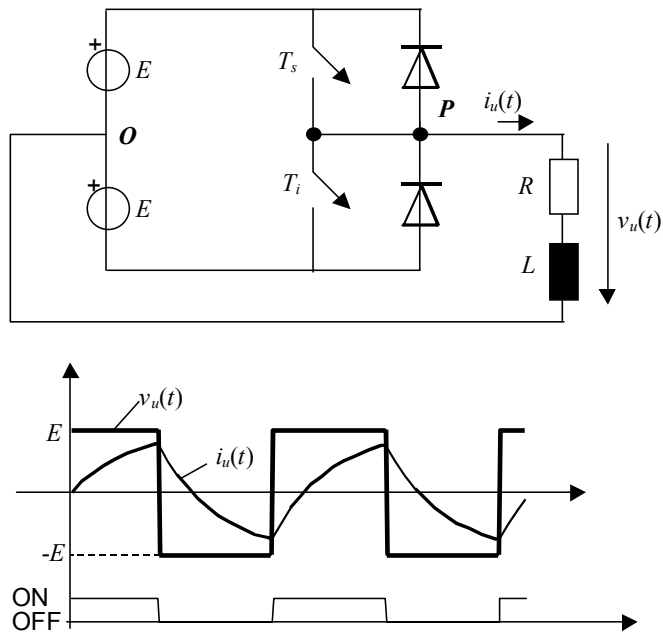


Fig. A.27: Principio di funzionamento di inverter monofase a onda quadra.

Si osserva come a partire da una tensione continua E sia possibile realizzare una tensione di uscita alternativa, sebbene di forma non sinusoidale. La f.e.m. E può essere prodotta ad es. con una batteria o con un condensatore di adeguata capacità. L'interruttore pilotato in apertura e chiusura può ovviamente essere di vario tipo (BJT, MOS, IGBT, GTO).

Con questo tipo di inverter si riesce ad alimentare un carico passivo (non è necessaria una rete AC preesistente per far fluire potenza nel verso DC→AC); per modificare l'ampiezza della tensione prodotta è necessario, con questo tipo di inverter, disporre di un sistema indipendente di regolazione del valore della tensione di ingresso E .

La configurazione trifase dell'invertitore a commutazione forzata è mostrata in fig. A.28. In pratica si ha un ramo attivo (cioè contenente gli interruttori pilotati) analogo a quello dell'inverter monofase per ognuna delle tre fasi. Ovviamente gli istanti di impulsazione delle valvole delle tre fasi sono sfasati fra loro 120 gradi.

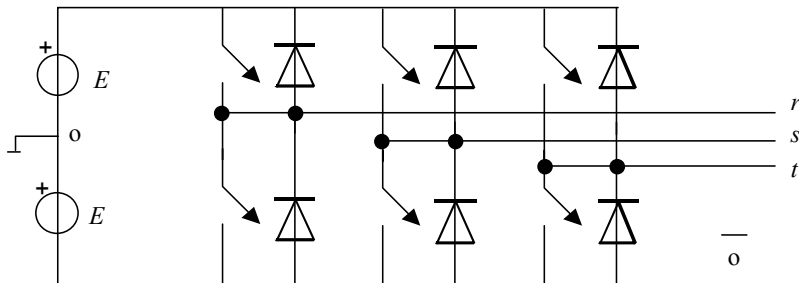


Fig. A.28: Schema di inverter trifase a onda quadra.

Gli stessi schemi elettrici sopra descritti di inverter monofase e trifase possono essere fatti funzionare con un tipo di controllo differente, detto controllo a “PWM seno triangolo”⁵.

Il principio di funzionamento di questo tipo di controllo è descritto dalla fig. A.29, con riferimento allo schema monofase riportato nella fig. A.27. All’interno del sistema di generazione del pilotaggio delle valvole viene generata un’onda, detta “portante”, ad andamento triangolare, ed un’altra, detta “modulante”, ad andamento sinusoidale. Negli intervalli in cui la modulante è maggiore della portante viene chiuso l’interruttore superiore T_s e aperto quello inferiore T_i ; il contrario accade negli intervalli in cui l’onda modulante ha valore minore del corrispondente valore della portante. Ne consegue che la tensione di uscita vale $+E$ quando la modulante supera la portante e $-E$ in caso contrario.

Nella fig. A.30 si riportano tensione e corrente applicate con questo tipo di controllo al carico $R-L$ già considerato nella fig. A.27: il confronto con quest’ultima mostra in maniera inequivocabile un notevole miglioramento della forma d’onda della corrente assorbita dal carico con l’uso di questo tipo di controllo.

In effetti il controllo ad onda quadra è raramente utilizzato, mentre molto usato in pratica è il controllo a PWM.

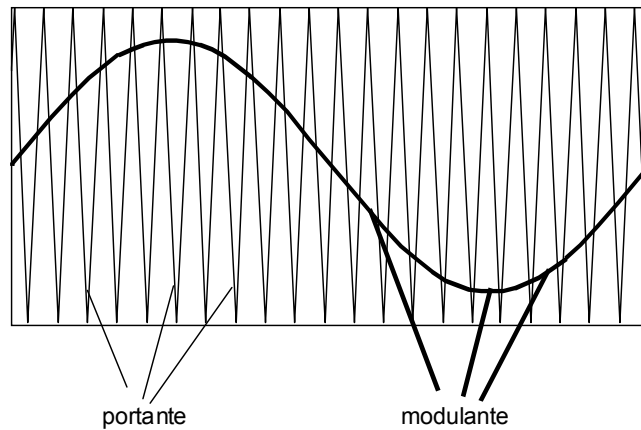


Fig. A.29: Confronto portante - modulante per la generazione di impulsi a inverter PWM.

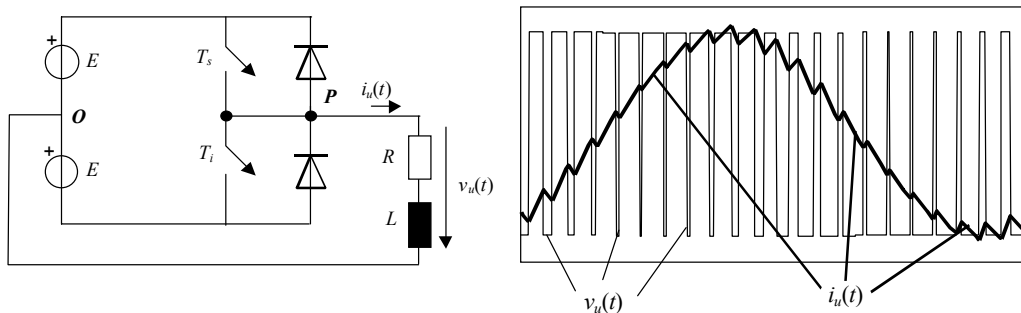


Fig. A.30: Tensione e corrente su carico $R-L$ di inverter PWM monofase.

Nella pratica anche con il controllo a PWM il carico raramente viene connesso direttamente all’uscita dell’inverter; molto più frequentemente viene interposto un filtro per ottenere sul carico una tensione pressoché sinusoidale, secondo lo schema di principio della fig. A.31, come verrà meglio chiarito nel par A.5.

⁵ PWM sono le iniziali dell’espressione anglosassone con cui si designa questo tipo di controllo: Pulse-Width Modulation.

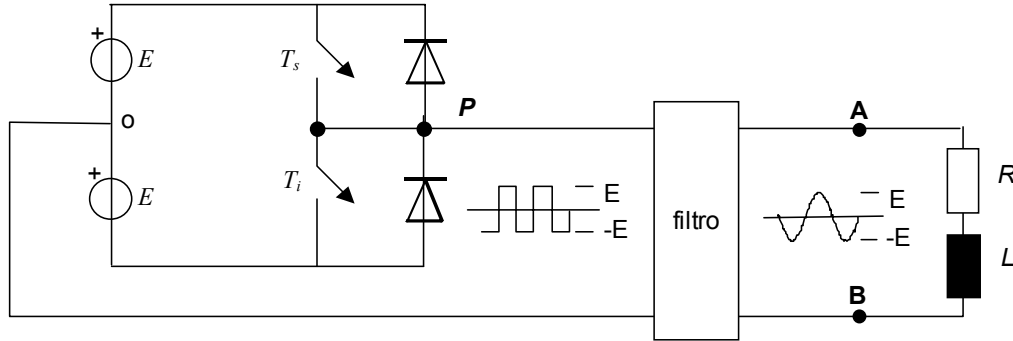


Fig. A.31: Connessione di carico R-L ad inverter monofase con interposizione di filtro.

Anche nel caso del controllo a PWM un inverter trifase ha lo schema circuitale raffigurato in fig. A.28. Anche in questo caso le impulsazioni delle valvole dei tre rami saranno sfasate fra loro di 120 gradi; ciò è ottenuto sfasando di 120 gradi sia portante che modulante.

Un importante vantaggio del controllo a PWM dell'inverter rispetto a quello ad onda quadra consiste nel fatto che, agendo sull'ampiezza dell'onda modulante, si può modificare (in maniera proporzionale) l'ampiezza della tensione sinusoidale generata dall'inverter, a valle del filtro.

Un parametro significativo a questo riguardo è l'indice di modulazione di ampiezza m_a definito come il rapporto fra l'ampiezza della forma d'onda modulante e quella della portante.

Modello equivalente alla frequenza fondamentale di inverter a PWM

Si consideri un inverter a PWM dotato di un proprio filtro. E' spesso importante disporre di un modello elettrico equivalente alla frequenza fondamentale dell'assieme inverter - filtro. Un utile equivalente è l'equivalente di Thevenin che si ottiene trascurando le perdite di potenza nell'assieme inverter-filtro (fig. 1.32).

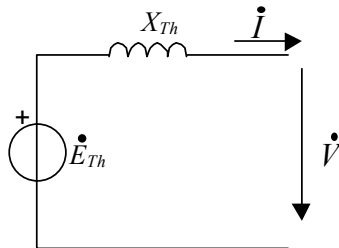


Fig. A.32: Modello equivalente alla frequenza fondamentale di inverter a PWM con filtro.

E' importante notare che la forza elettromotrice \dot{E}_{Th} è proporzionale, in ampiezza e fase, al fasore rappresentativo della tensione sinusoidale utilizzata come forma d'onda modulante del controllo PWM. Agendo quindi sul controllo, ed in particolare su ampiezza e fase della tensione modulante, si possono quindi variare agevolmente ampiezza e fase della forza elettromotrice \dot{E}_{Th} .

L'inverter a PWM si comporta quindi da questo punto di vista come un generatore sincrono, che ha anch'esso un modello del tipo raffigurato in fig. 1.32.

Sussistono comunque talune importanti differenze con il comportamento dell'alternatore:

- il modello dell'inverter è unico sia per il comportamento a regime che per i transitori, a differenza di quanto accade per la macchina sincrona (cap. 2);
- ampiezza e fase di \dot{E}_{Th} possono essere variate con grande rapidità, a differenza della macchina sincrona nella quale l'ampiezza è funzione della corrente di eccitazione che è soggetta alle elevate costanti di tempo del circuito di eccitazione, e la fase è proporzionale alla posizione angolare della ruota polare del rotore dell'alternatore, e non può quindi essere variata con rapidità per via dell'inerzia fisica del rotore stesso.

A.3.5 Conversione DC/DC (frazionatori)

Il frazionatore è un dispositivo in grado di modificare i due parametri (tensione e corrente) della potenza in DC, mantenendo sostanzialmente invariata (a meno delle perdite) la potenza. Per queste sue caratteristiche il frazionatore (o *chopper* con terminologia anglosassone) si configura come l'equivalente del trasformatore, ma in DC.

Per l'analisi del frazionatore adottiamo le seguenti convenzioni:

- assumiamo come *primario* (pedice 1) il lato a tensione più elevata, come *secondario* (pedice 2) il lato a tensione più bassa
- ipotizziamo un generatore di tensione ideale sul primario e di corrente ideale sul secondario
- utilizziamo le grandezze minuscole (es. v , i) per rappresentare tensioni e correnti variabili nel tempo, grandezze maiuscole (es. V , I) per rappresentare i rispettivi valori medi

Pertanto, v_1 trascurando le perdite nel frazionatore, si può dire che il frazionatore realizza una variazione di tensione e corrente fra primario e secondario tale da verificare l'uguaglianza (indicando con i simboli soprasedati i valori medi):

$$\bar{v}_1 \bar{i}_1 = \bar{v}_2 \bar{i}_2 \quad \text{ovvero: } V_1 I_1 = V_2 I_2$$

Il frazionatore viene spesso rappresentato con una simbologia generica che non riporta i dettagli realizzativi interni, come in figura A.33.

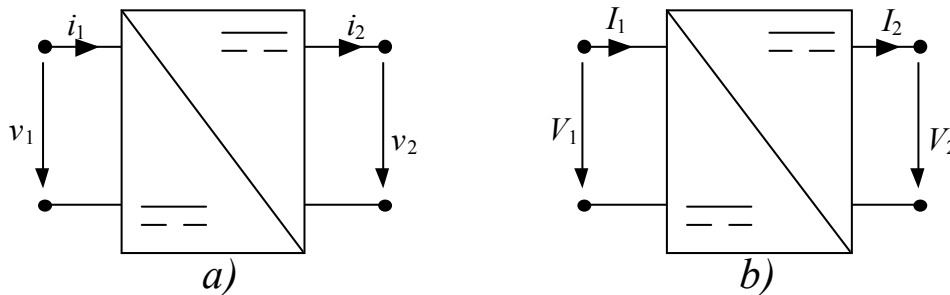


Fig. A.33: Rappresentazione di frazionatore con indicazione delle grandezze ai morsetti:
 a) con rappresentazione delle grandezze istantanee b) con rappresentazione dei valori medi
 (se $V_1 > 0$, $I_1 > 0$, $V_2 > 0$, $I_2 > 0$ e $V_1 > V_2$ si tratta di frazionatore abbassatore).

La realizzazione fisica di un frazionatore è abbastanza agevole, e richiede la presenza, sostanzialmente, di un interruttore pilotato in apertura e chiusura e un diodo. Schemi di principio raffiguranti frazionatori abbassatore, elevatore, e abbassatore - elevatore, sono mostrati nella fig. A.34.

Nelle figure il frazionatore vero e proprio è individuato a messo di un rettangolo tratteggiato. E' evidente che, nelle ovvie ipotesi di $V_1 > 0$, $I_1 > 0$, $V_2 > 0$, $I_2 > 0$, e ipotizzando inoltre $V_1 > V_2$ (condizione suggerita anche dalla scelta grafica di riportare in figura la parte sinistra del circuito più alta di quella destra) si ha che la potenza fluisce dal primario al secondario, ovvero dal secondario al primario rispettivamente nei casi di frazionatore abbassatore ed elevatore.

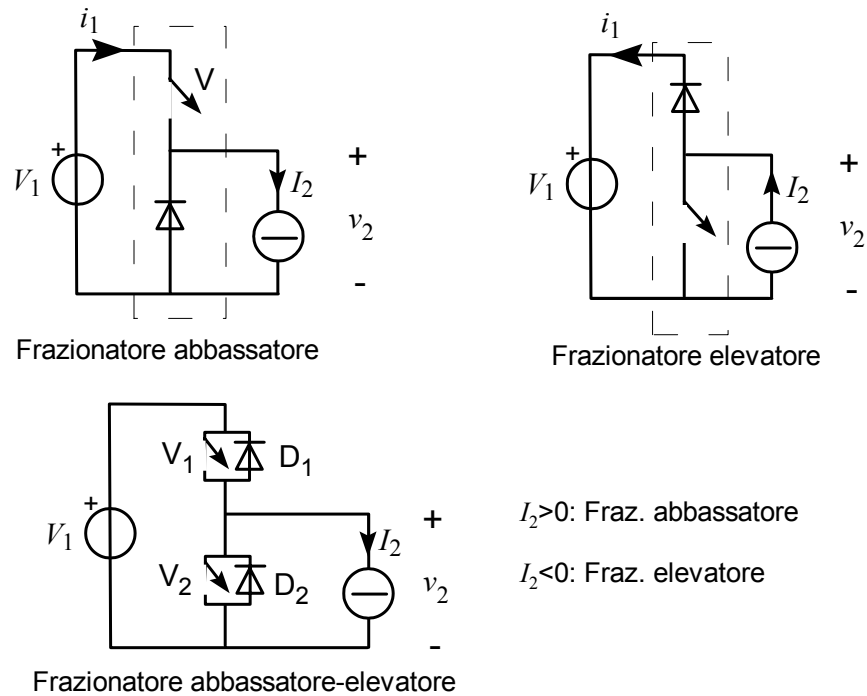


Fig. A.34: Frazionatore abbassatore, elevatore, abbassatore - elevatore (si ipotizza $V_1 > V_2$)

Come si vede dalle figure, analizziamo il funzionamento del frazionatore nelle seguenti ipotesi semplificative:

- tensione primaria costante
- corrente secondaria costante.

Per comprendere come operi il frazionatore, seppur in queste condizioni estremamente idealizzate, si consideri inizialmente, per fissare le idee, un frazionatore abbassatore. Esso viene fatto funzionare aprendo e chiudendo l'interruttore pilotato V in maniera regolare, alternando intervalli in cui esso è chiuso ad intervalli in cui esso è aperto, secondo lo schema desumibile dalla parte superiore della fig. A.35.

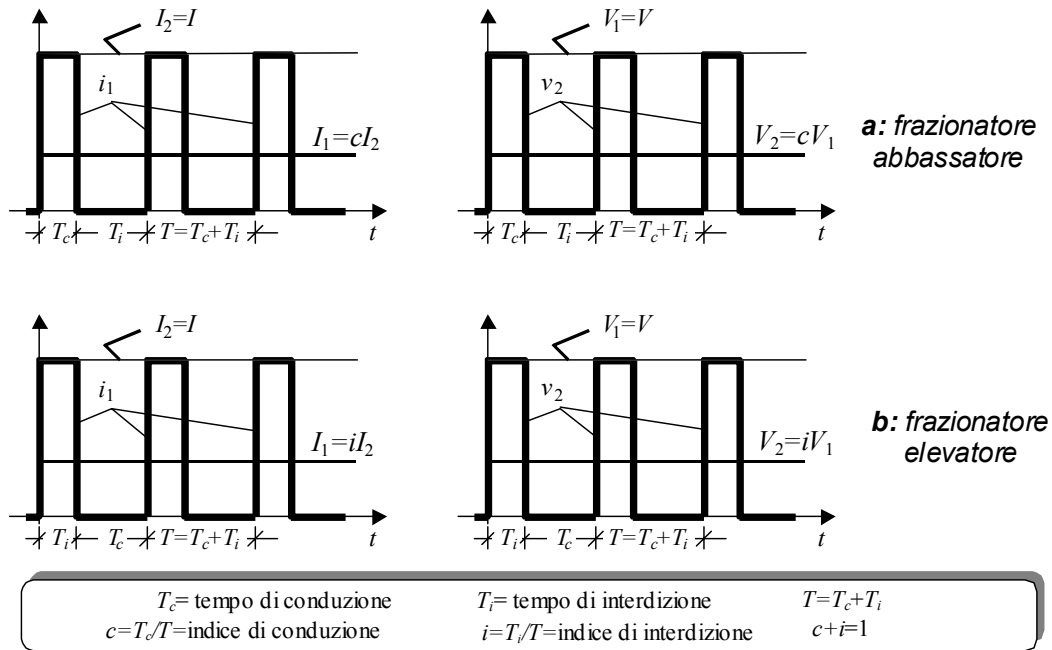


Fig. A.35: Principio di funzionamento di frazionatore abbassatore ed elevatore.

Si voglia ora considerare l'effetto dell'indice di conduzione c sul valor medio della corrente I_1 e della tensione V_2 . Ovviamente, essendo nel funzionamento idealizzato il frazionatore privo di perdite, sarà sempre

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \tag{A.4}$$

Infatti si ha: $V_2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_2 dt = \frac{1}{T} T_c V_1 = c V_1$ e $I_1 = \frac{1}{T} \int_0^T i_1 dt = \frac{1}{T} T_c I_2 = c I_2$,

da cui la (A.4).

Se invece del frazionatore abbassatore si considera un frazionatore elevatore, utilizzando per le correnti i versi di riferimento riportati in fig. A.34 in corrispondenza di questo tipo di frazionatore si avrà, evidentemente:

$$V_2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_2 dt = \frac{1}{T} T_i V_1 = i V_1 \quad \text{e} \quad I_1 = \frac{1}{T} \int_0^T i_1 dt = \frac{1}{T} T_i I_2 = i I_2$$

Per quanto riguarda il funzionamento del frazionatore abbassatore - elevatore, è sufficiente considerare che:

- nel funzionamento come abbassatore l'interruttore pilotato V_2 è mantenuto aperto, e, essendo per ipotesi $V_1 > V_2$ anche il diodo D_1 è sempre in interdizione; pertanto lo schema che opera è formalmente identico a quello di un frazionatore abbassatore;
- nel funzionamento come elevatore l'interruttore pilotato V_1 è mantenuto aperto. Anche il diodo D_2 è sempre in interdizione, in quanto esso è sempre polarizzato inversamente: dalla caduta di tensione ai morsetti di V_2 , quando quest'ultimo è chiuso, dalla corrente $I_2 < 0$ quando V_2 è aperto. Pertanto lo schema che opera è formalmente identico a quello di un frazionatore elevatore.

E' interessante notare che la realizzazione fisica di un frazionatore abbassatore - elevatore è la medesima di quella di un invertitore monofase (cfr. fig. A.31 e la parte bassa di fig. A.34). La differenza sta quindi nella maniera con cui le valvole vengono pilotate. Pertanto risulta possibile rea-

lizzare un dispositivo in grado di effettuare entrambe le funzioni, e la scelta della funzione di inverter o di frazionatore avviene selezionando la corretta legge di pilotaggio delle valvole.

Per analizzare in maniera meno idealizzata il funzionamento del frazionatore ricorriamo ad un esempio. Si consideri un frazionatore alimentato a tensione costante alimentante una macchina DC. La macchina viene schematizzata da una f.e.m. in serie con una R-L. La costante di tempo L/R è molto più grande del periodo del frazionatore T .

I due casi di frazionatore abbassatore ed elevatore sono rappresentati nella fig. A.36.

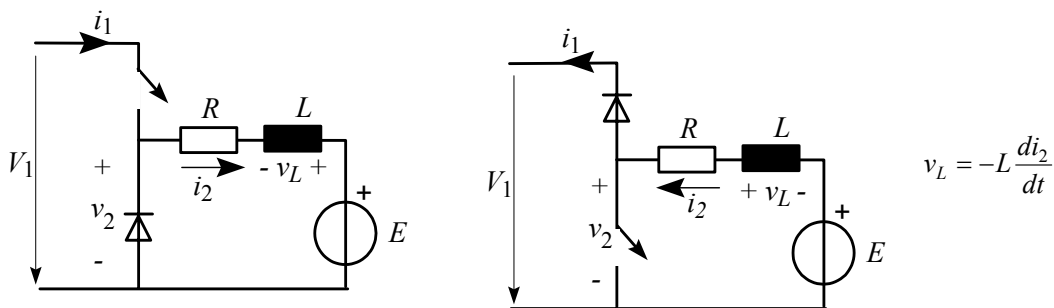


Fig. A.36: Schemi per l'analisi del funzionamento di frazionatore con elementi R-L in uscita.

A regime le forme d'onda sono questa volta, per entrambi gli schemi, del tipo rappresentato nella fig. A.37.

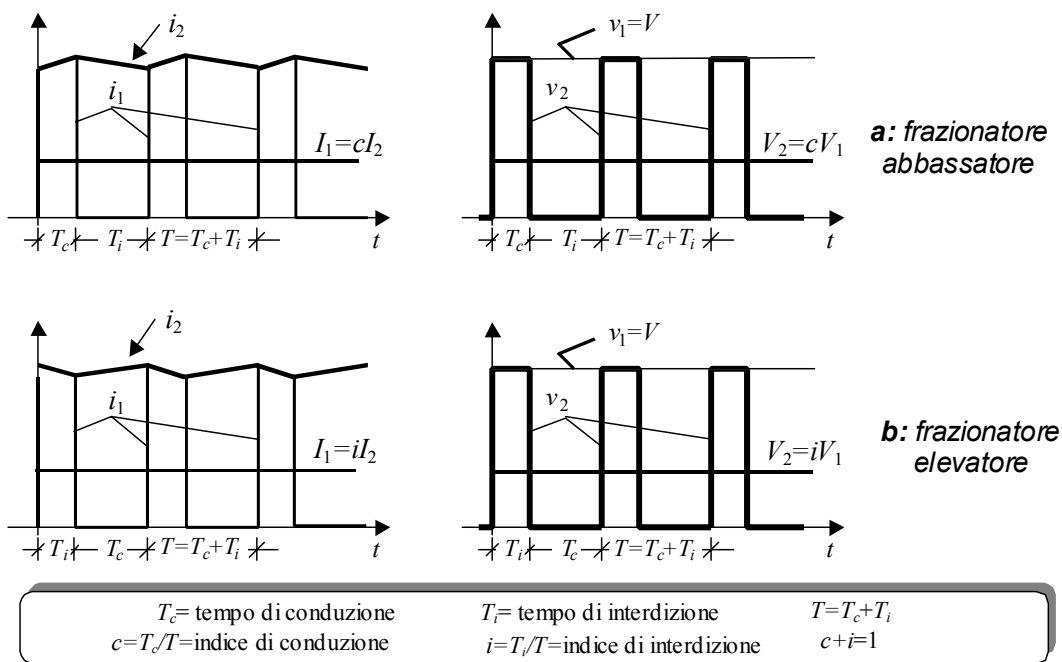


Fig. A.37: Forme d'onda relative agli schemi riportati in fig. A.36.

Sono ancora valide le relazioni fondamentali del frazionatore:

Frazionatore abbassatore: $V_2=cV_1$, $I_1=cI_2$

Frazionatore elevatore: $V_2=iV_1$, $I_1=iI_2$.

Essendo inoltre $E \cong V_2$, il valore dell'indice di conduzione o di interdizione deve essere quindi congruente con i valori delle tensioni imposte a primario e secondario V_1 e E . Piccole variazioni di

tali indici rispetto a E/V_1 inducono consistenti variazioni nelle correnti (e quindi delle potenze) transitori dal primario al secondario.

Si consideri ad esempio il frazionatore abbassatore. Noti V_1 ed E , il valore di V_2 dovrà essere leggermente superiore ad E , in quanto deve transitare nel circuito una corrente positiva, la quale deve rispettare la relazione: $V_2 - E = RI_2$. Se poniamo $c_n = E/V_1$, dovrà essere $cV_1 = E + RI_2 = c_n V_1 + RI_2$, quindi $c = c_n + RI_2/V_1$; questa relazione correla c e I_2 : scelta c si ottiene I_2 e viceversa. Se si vuole erogare al carico E una potenza $P = EI_2$, si può ricavare l'indice di conduzione corrispondente dalla relazione $c = c_n + RP/(V_1 E)$.

In maniera del tutto analoga si ha che, con il segno di riferimento della corrente I_2 riportato nella parte destra della fig. A.36, vale la relazione: $i = i_n - RI_2/V_1$ essendosi posto $i_n = V_2/V_1$.

Agendo sul valore di c e i , quindi, si può scegliere il valore della potenza che deve essere trasferita dal frazionatore.

Considerando gli schemi della fig. A.36, si osserva che valgono le seguenti relazioni:

Frazionatore abbassatore
 $E = v_2 - Ri_2 + v_L$

Frazionatore elevatore
 $E = v_2 + Ri_2 - v_L$

Specializzando queste equazioni nelle due condizioni di conduzione ed interdizione, si ha:

	<i>Frazionatore abbassatore</i>	<i>Frazionatore elevatore</i>
<i>conduzione</i>	$E = V_1 - Ri_2 + v_L$	$E = 0 + Ri_2 - v_L$
<i>interdizione</i>	$E = 0 - Ri_2 + v_L$	$E = V_1 + Ri_2 - v_L$

Di conseguenza:

- quando siamo in conduzione la corrente cresce e si genera quindi una v_L negativa in modulo pari (a meno della caduta su R) a $V_1 - E$ nel caso del frazionatore abbassatore, a E nel caso dell'elevatore;
- quando siamo in interdizione la corrente decresce e si genera quindi una v_L positiva in valore pari (a meno della caduta su R) a E nel caso del frazionatore abbassatore, a $V_1 - E$ nel caso dell'elevatore.

Come nel caso degli altri dispositivi di elettronica di potenza analizzati, in particolare dell'invertitore PWM, si osserva che la tensione di uscita ottenuta con un frazionatore è troppo dissimile da quella desiderata, perfettamente costante. Pertanto anche fra il frazionatore e il carico si interpone normalmente uno stadio di filtraggio secondo lo schema della fig. A.38 (tracciata con riferimento ad un frazionatore abbassatore ma lo schema degli altri casi è analogo), essendo il filtro in questo caso un componente in grado di trasferire in uscita una tensione di valore pressoché costante e di valore all'incirca pari al valor medio della tensione di ingresso, secondo le tecniche descritte nel par. A.5.

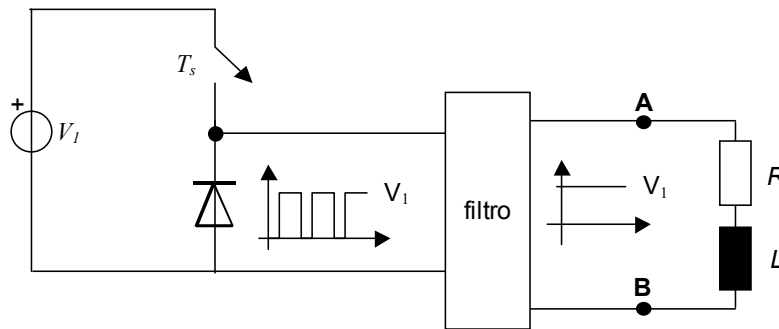


Fig. A. 38: Connessione di carico R-L a frazionatore abbassatore con interposizione di filtro.

A.4 Grandezze periodiche non sinusoidali

Un segnale $x(t)$ è periodico di periodo T se è:

$$x(t) = x(t-T) \text{ per ogni valore di } t$$

La frequenza di questo segnale è, ovviamente $f=1/T$ e la sua pulsazione è $\omega=2\pi/T$.

Esiste un fondamentale teorema, detto teorema della scomposizione in serie di Fourier che ci dice che data una qualsiasi forma d'onda periodica di periodo T , posto $\omega=2\pi/T$ si può scrivere:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega t) \quad (\text{A.5})$$

La (A.5) può essere interpretata come segue: una qualsiasi forma d'onda periodica può essere ottenuta come somma di funzioni sinusoidali aventi come frequenze dei multipli interi della frequenza della forma d'onda data.

Le espressioni analitiche dei coefficienti che compaiono nella (A.5):

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos k\omega t \, dt \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin k\omega t \, dt$$

Si osserva facilmente che il termine fuori delle sommatorie nella (A. 5) è il valor medio della funzione $x(t)$:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \, dt$$

Evidentemente al crescere di k i coefficienti prima o poi diventano decrescenti. Inoltre di norma la forma $x(t)$ è ricostruita soddisfacentemente considerando un numero limitato di termini, in quanto il contributo dei rimanenti, benché infiniti di numero, risulta trascurabile. In pratica quindi la (A.5) viene utilizzata in maniera approssimata fermando le somme ad un numero relativamente basso di termini, ad esempio 20 o 30.

La (A. 5) può essere espressa anche nella seguente forma equivalente:

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\omega t + \alpha_k) \quad (\text{A.6})$$

essendo:

$$A_0 = \frac{a_0}{2} \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (k = 1, 2, \dots), \quad \alpha_k = \tan^{-1}(a_k / b_k) + \zeta\pi^6$$

dove $\omega = \frac{2\pi}{T}$ e T è il periodo di $x(t)$.

La costante A_0 è il valor medio di $x(t)$: $A_0 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(t) \, dt$ ed è detta anche *componente continua* di

$x(t)$

La grandezza sinusoidale per $k=1$: $x_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$ ha lo stesso periodo di $x(t)$ ed è detto *componente fondamentale* di $x(t)$. Tutti i termini sinusoidali che si hanno per $k>1$ sono detti *armoniche*.

Di norma le grandezze elettriche in alternata dovrebbero essere vicine il più possibile alla forma sinusoidale. Pertanto, nel caso di grandezze a valor medio nullo ($A_0=0$) una misura molto usata

⁶ Con $\zeta=1$ se $b_k < 0$, $\zeta=0$ se $b_k > 0$.

della distorsione armonica (cioè la deviazione dalla forma sinusoidale) è la *Total Harmonic Distortion* (THD):

$$THD = \sqrt{\sum_{k=2}^N A_k^2} / A_1$$

in cui N è un numero intero abbastanza elevato.

A titolo di esempio si può citare che la norma europea CEI EN 50160 prescrive che la tensione di alimentazione dei sistemi di distribuzione pubblica in bassa tensione abbia un THD, valutato con $N=40$ non superiore all'8%.

In aggiunta questa norma fornisce anche prescrizioni individuali sulle singole armoniche, fino alla 24-esima; a titolo di esempio si riportano i limiti relativi alle prime di queste, ovviamente espressi in tasso percentuale della componente fondamentale, e presentati (come sulla norma) con distinzione fra armoniche dispari e pari.

N. Armonica	3	5	7	9	2	4	6	8
Limite [%]	5	6	5	1,5	2	1	0,5	0,5

Forme d'onda alternative

Un segnale $x(t)$ periodico di periodo T è alternativo se è:

$$x(t) = -x(t-T/2) \quad \text{per ogni valore di } t$$

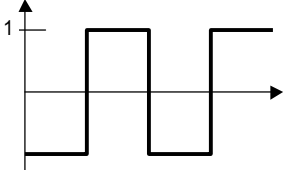
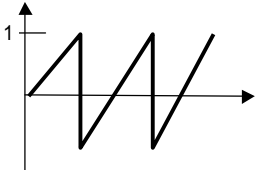
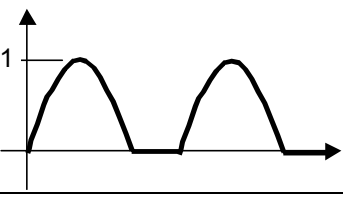
Per i segnali alternativi si può dimostrare che tutti i coefficienti di ordine pari ($a_0, a_2, a_4, a_6, \dots$ e b_2, b_4, b_6, \dots) sono nulli.

Esempi di grandezze periodiche

A titolo di esempio si riportano nella tabella A.I alcune forme d'onda periodiche e le relative scomposizioni in serie di Fourier scritte nella formulazione (A.6). Le prime due forme riportate sono evidentemente di tipo alternativo, ed hanno quindi armoniche di ordine pari tutte nulle; la terza invece, non essendo alternativa, è dotata di armoniche pari non nulle.

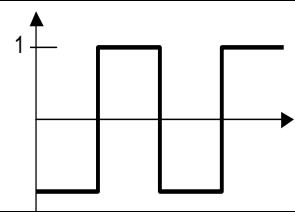
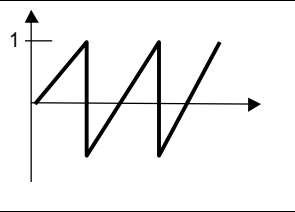
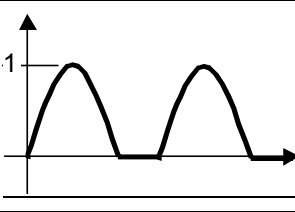
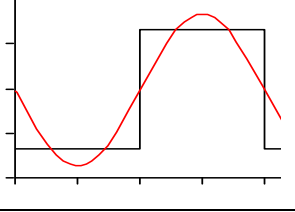
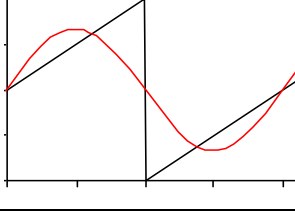
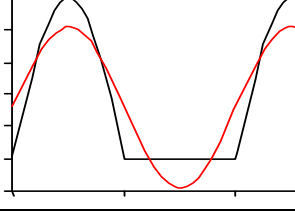
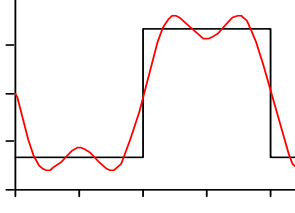
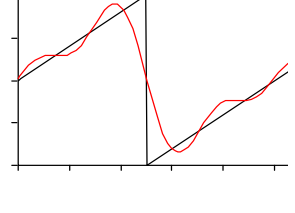
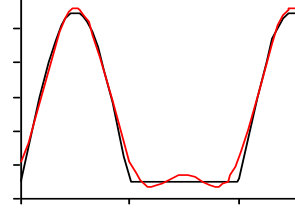
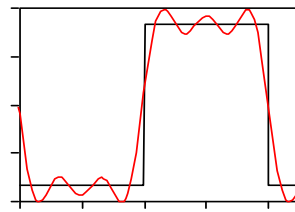
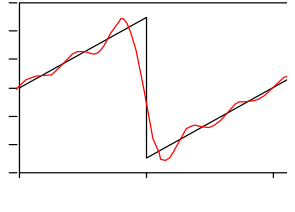
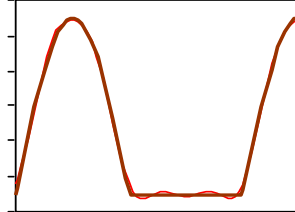
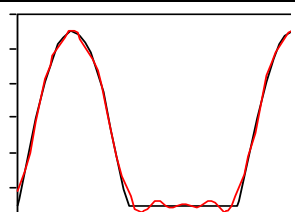
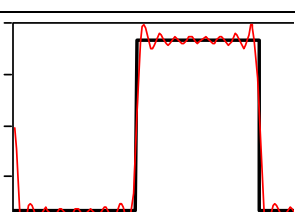
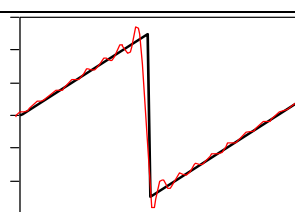
Ogni qual volta si hanno armoniche di ampiezza nulla, le corrispondenti fasi sono evidentemente indeterminate.

Tab. A.I: Alcune forme d'onda periodiche e rispettivi sviluppi in serie di Fourier.

Onda	Ampiezza	Fase
<p>Quadra</p> 	$A_k=0$ per k pari $A_k = \frac{4}{\pi k}$ per k dispari	α_k è indeterminato per ogni k pari $\alpha_k=0$ per ogni k dispari
<p>Dente sega</p> 	$A_k=0$ per k pari $A_k = \frac{2}{\pi k}$ per k dispari	α_k è indeterminato per ogni k pari $\alpha_k=k$ per ogni k dispari
<p>Semionda sinusoidale</p> 	$A_0 = \frac{1}{\mu}$ $A_2 = \frac{2}{3\pi}$ $A_4 = \frac{2}{15\pi}$ $A_6 = \frac{2}{35\pi}$ $A_1 = \frac{1}{2}$ $A_3 = 0$ $A_5 = 0$	$\alpha_2 = -\pi/2$ $\alpha_4 = -\pi/2$ $\alpha_6 = -\pi/2$ $\alpha_1 = 0$ $\alpha_3 = \text{n.d.}$ $\alpha_5 = \text{n.d.}$

Le figure riportate nella tab. A.II mostrano come sviluppi parziali di Fourier, calcolati utilizzando le formule riportate nella tabella A.I, siano in grado di approssimare sempre meglio, al crescere dell'ordine di armonica, i profili dati.

Tab. A.II: Sviluppi armonici parziali delle forme d'onda considerate nella tab. A.I.

Arm. massima			
			
1			
3			
5			
6	come sopra	come sopra	
15			-

A.5 Filtri

A.5.1 Principio di funzionamento

I filtri sono dispositivo che ricevono in ingresso funzioni periodiche e trasmettono in uscita solo parte delle componenti delle funzioni in ingresso; tipicamente solo il valor medio (come nel caso della figura A.38) o la componente fondamentale (come nel caso della figura A.31).

I filtri possono essere realizzati in vario modo. Filtri molto usati sono composti da reti elettriche contenenti i componenti usuali della circuitistica in corrente alternata, : resistori, induttori, condensatori.

Nel presente paragrafo si prenderanno a riferimento, a titolo di esempio soltanto filtri composti da una impedenza longitudinale di tipo induttivo e una trasversale, a valle di essa, di tipo capacitivo (fig. A.39).

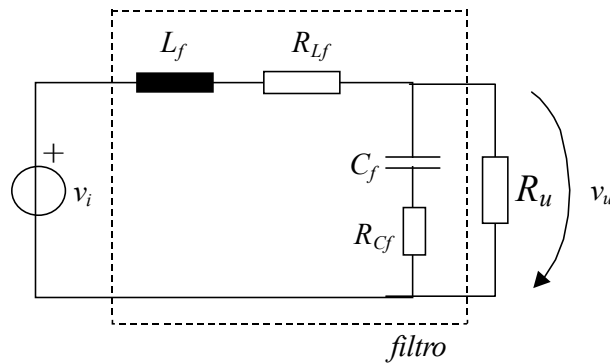
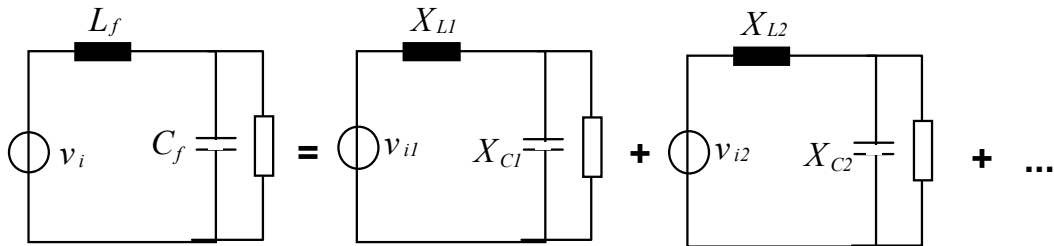


Fig. A.39: Circuito contenente un semplice filtro L-C.

Questo tipo di filtri può essere utilizzato per filtrare una tensione periodica di ingresso v_i , lasciando passare pressoché indisturbata sul carico R_u solo la parte che di essa interessa, attenuando fortemente le altre componenti.

Per analizzare il circuito di fig. A.39 si può applicare ad esso la sovrapposizione degli effetti trascurando inizialmente, per semplicità, le parti resistive:



Si consideri il generico circuito k -esimo, analizzato, per semplicità, ponendo anche $R_u = \infty$. Si indichi con ω la pulsazione della tensione v_{ik} posta all'ingresso del filtro.

Evidentemente si ha:

$$\dot{V}_u = \frac{\dot{V}_i}{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} j \frac{-1}{\omega C} \quad \left| \frac{\dot{V}_u}{\dot{V}_i} \right| = \frac{1}{\left| \omega^2 LC - 1 \right|}$$

La pulsazione $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ che annulla il denominatore della precedente relazione è di particolare importanza, ed è detta pulsazione di taglio del filtro (ed è anche la pulsazione di risonanza dell'insieme costituito dalle resistenze, l'induttanza e la capacità del filtro). Parimenti la frequenza corrispondente: $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ è detta frequenza di taglio.

Per pulsazioni molto al di sopra di quella di taglio, se cioè è:

$$\omega^2 LC \gg 1 \quad (A.7)$$

$$\text{si ha: } \left| \dot{V}_u / \dot{V}_i \right| \cong \frac{1}{\omega^2 LC}$$

Si osserva pertanto che se è valida la (A.7) si ha un'attenuazione delle armoniche crescente con il quadrato dell'ordine dell'armonica stessa. Pertanto il sistema composto da induttanza longitudinale e capacità trasversale attenua naturalmente le armoniche presenti sul sistema. Occorre però evitare che la pulsazione della tensione di ingresso del filtro sia prossima alla pulsazione di risonanza, che risolve la $\omega^2 LC=1$, per la quale il rapporto V_u/V_i sarebbe illimitato nel caso ideale di $R_f=0$, e può essere in pratica molto elevato nel caso reale di $R_f>0$.

Se si ripete il calcolo appena effettuato mettendo in conto la presenza di R_f , il rapporto $\left| \dot{V}_u / \dot{V}_i \right|$ assume l'andamento riportato, per un caso di esempio, in fig. A.40. Il picco positivo dell'amplificazione corrisponde alla condizione $\omega^2 LC=1$ che adesso comporta, a differenza del caso ideale di resistenze nulle, una amplificazione non illimitata, anzi (con i dati dell'esempio) particolarmente contenuta.

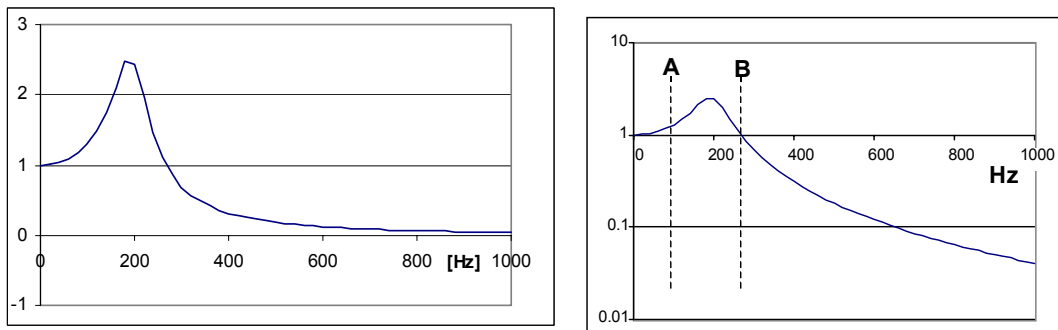


Fig. A.40: Andamento del rapporto v_u/v_i per il circuito di fig. 39, con un set di parametri numerici R_f, L_f, C_f .
a): grafico con scale lineari; b): grafico con scala verticale logaritmica.

Analizziamo ora separatamente il caso in cui la grandezza di interesse da trasferire all'uscita sia il valor medio o la componente fondamentale della v_i .

A.5.2 Filtri per realizzare tensioni continue

Nel caso in cui si voglia realizzare una tensione continua in uscita, evidentemente si vorrà che il filtro lasci invariata la componente fondamentale della tensione in ingresso, attenuando il più possibile tutte le armoniche.

Occorrerà pertanto fare in modo che la pulsazione di risonanza del filtro sia ampiamente inferiore alla frequenza della prima armonica presente in ingresso, a sua volta pari alla frequenza del segnale periodico da filtrare. Un valore ad esempio pari ad un quarto - un quinto della frequenza della prima armonica presente può essere ragionevole.

Un esempio numerico chiarificatore è riportato nel par. A.7.1.

A.5.3 Filtri per realizzare tensioni sinusoidali

Al fine di realizzare un buon filtraggio di una tensione periodica al fine di realizzare in uscita una tensione sinusoidale, occorrerà fare in modo che la componente fondamentale del segnale di ingresso non venga alterata significativamente dal filtro, mentre vengano attenuate le armoniche.

Per far questo in maniera semplice, utilizzando il filtro del tipo riportato in fig. A.39, considerato l'andamento del rapporto V_u/V_i (fig. A. 40) sarà necessario che la forma d'onda in ingresso abbia le seguenti caratteristiche:

1. componente continua nulla o trascurabile
2. spettro armonico privo delle armoniche di ordine basso: il filtraggio è molto agevolato se la grandezza da filtrare ha armoniche tutte nulle fino all'ordine N con $N \gg 1$.

Se queste ipotesi sono verificate un buon filtraggio si ottiene dimensionando i parametri del filtro in modo che la componente fondamentale si trovi nella posizione indicata con **A** ovvero **B** in figura A. 40; se l'ipotesi 2 sopra riportata è verificata la prima armonica non nulla si troverà molto a destra della frequenza di taglio del filtro nonché della posizione indicata con **B** in figura e verrà fortemente attenuata; ancora di più saranno attenuate le armoniche successive. Nell'esempio di figura se la prima armonica non nulla si trovasse a 650 Hz, essa sarebbe ridotta ad un decimo del valore originario.

Un esempio numerico chiarificatore è riportato nel par. A.7.2.

A.5.4 Considerazioni conclusive

Da quanto detto nei precedenti paragrafi risulta evidente che il filtro è particolarmente efficace se esiste una notevole distanza fra la componente utile della grandezza di uscita e le componenti armoniche che si vogliono eliminare.

Per un segnale di cui ha interesse la componente continua si può ad esempio dire che più è alta la frequenza della prima armonica non nulla più è facile attenuarla; analogamente per un segnale di cui ha interesse la componente fondamentale (armonica di ordine uno) si può dire che, a parità di frequenza della componente fondamentale più è alta la frequenza della prima armonica non nulla più è facile attenuarla.

Si può fare il paragone con un setaccio: si consideri un setaccio che deve lasciar passare i grani piccoli bloccando i grani grossi. Evidentemente esso sarà tanto più efficace quanto più le dimensioni dei grani piccoli saranno distanti da quelle dei grani grossi.

- Essendo $X_{L_n} = n\omega L = n\omega L$, al crescere dell'ordine del circuito cresce l'impedenza generata da L_f
- Essendo $X_{C_n} = 1/(\omega n C) = 1/(n\omega C)$, al crescere dell'ordine del circuito decresce l'impedenza generata da C_f

Dai due punti precedenti segue che al crescere dell'ordine di armonica decresce rapidamente il rapporto $|\dot{V}_u / \dot{V}_i|$. Nel caso di alimentazione contenente fondamentale, 5^a e 7^a armonica, le armoniche sono evidentemente attenuate molto più della fondamentale, con il risultato di avere una tensione sul carico molto più "pulita" della tensione di alimentazione.

A.6 Armoniche in sistemi con convertitori (cenni)

A.6.1 Ponte trifase di Graetz

Nelle ipotesi semplificative fatte in precedenza si ha che:

- Sulla tensione lato DC sono presenti soltanto le armoniche di tipo $6k$ (con k numero intero). Infatti la forma d'onda è in realtà periodica con periodo $T/6$. Rappresentando questa forma d'onda con riferimento al periodo della tensione alternativa di alimentazione del ponte, questo comporta la presenza delle sole armoniche di tipo $6k$.
- Sulle correnti lato AC sono presenti solo le armoniche di tipo $6k \pm 1$. Infatti la forma d'onda di queste correnti è alternativa, e quindi priva di armoniche di ordine pari. Inoltre il ponte trifase di Graetz è alimentato da tre fili, il che implica la nullità di tutte le armoniche di corrente di ordine $3k$. Restano quindi le sole armoniche di ordine $6k \pm 1$.

Che un sistema trifase alimentato a tre fili comporti la nullità di tutte le armoniche di corrente di ordine $3k$ dovrebbe essere noto allo studente dallo studio dell'elettrotecnica di base. Questo fatto può comunque essere spiegato come segue.

Se i_1, i_2, i_3 costituiscono una terna trifase di correnti periodiche di periodo T di sequenza diretta è $i_2(t) = i_1(t - T/3)$, $i_3(t) = i_1(t + T/3)$. Da queste relazioni è facile dedurre che le armoniche di ordine $3k$ di i_1, i_2, i_3 sono forme d'onda del tempo fra loro coincidenti⁷. Considerando poi che deve essere $i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$, e quindi anche $i_{1k}(t) + i_{2k}(t) + i_{3k}(t) = 0$ (avendo indicato attraverso il pedice k la armonica k -esima) si conclude che, dovendo la somma di tre grandezze coincidenti essere nulla, le tre grandezze sono nulle, e quindi le armoniche di ordine $3k$ per un sistema a tre fili sono tutte nulle.

Profili armonici di tensione DC e corrente AC sono riportati graficamente nella figura A.41 (in ascissa gli ordini di armonica).

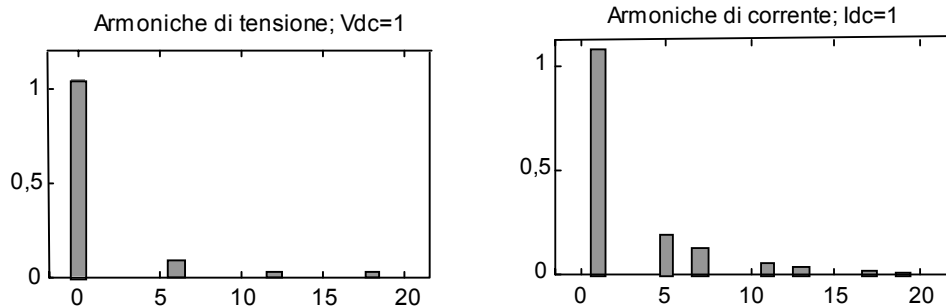


Fig. A.41: Esempio di profili armonici di un ponte di Graetz trifase.
sinistra: armoniche sulla tensione DC; destra: armoniche sulla corrente AC.

Per ridurre il contenuto armonico di convertitori a ponte trifase di Graetz si usa spesso una soluzione che connette due convertitori in una configurazione detta *a reazione dodecafase*. La reazione dodecafase viene realizzata alimentando i due convertitori con due sistemi trifasi con tensioni di alimentazione sfasate fra loro di 30 gradi, e connettendo le uscite in serie o in parallelo, ad esempio secondo gli schemi di principio riportati in fig. A.42.

⁷ Infatti per la generica armonica k vale: $i_{1,k} = I_k \sin(k\omega t + \alpha_k)$, $i_{2,k} = I_k \sin[k\omega(t - T/3) + \alpha_k]$,
 $i_{2,k} = I_k \sin[k\omega(t + T/3) + \alpha_k]$; se $k=3n$ (con n intero), si ha: $i_{1,3n} = I_{3n} \sin(n\omega 3t + \alpha_k)$
 $i_{2,3n} = I_{3n} \sin[n\omega(3t - T) + \alpha_k] = i_{13,n}$, e analogamente per $i_{3,3n}$.

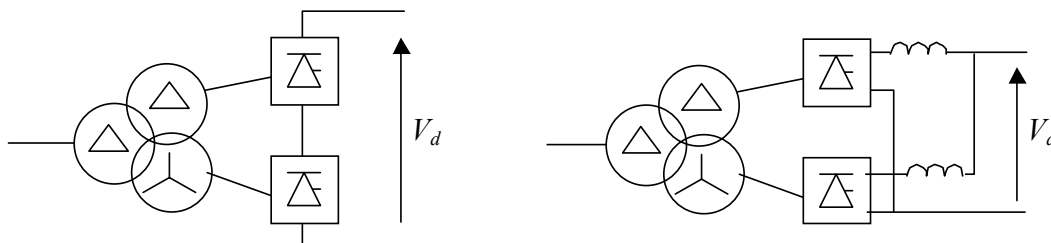


Fig. A.42: Due schemi frequentemente adottati per la realizzazione di convertitori a reazione dodecafase.

Nel caso di reazione dodecafase sono presenti sulla tensione lato corrente continua soltanto le armoniche aventi ordine:

$$n=12k.$$

In sostanza, rispetto al singolo ponte (che è a reazione esafase), scompaiono le armoniche del tipo $n'=6k$ con k intero dispari.

Le armoniche che rimangono hanno valore che, rapportato alla componente continua della tensione lato corrente continua, è uguale a quello del ponte a reazione esafase:

$$V_{n,12} / V_{d,12} = V_{n,6} / V_{d,6} \text{ e } n=12k, \text{ essendo } k \text{ un numero intero.}$$

Analogamente nel caso di reazione dodecafase sono presenti sulla tensione lato corrente continua soltanto le armoniche aventi ordine:

$$n=12k\pm 1.$$

Quindi, rispetto al singolo ponte, scompaiono le armoniche del tipo

$$n'=6k\pm 1 \text{ con } k \text{ intero dispari.}$$

Le armoniche che rimangono hanno valore che, rapportato alla componente continua della tensione lato corrente continua, è uguale a quello del ponte a reazione esafase:

$$V_{n,12} / V_{d,12} = V_{n,6} / V_{d,6} \text{ e } n=12k, \text{ essendo } k \text{ un numero intero.}$$

In definitiva la reazione dodecafase fa scomparire alcune armoniche, lasciando invariate le armoniche rimanenti: è quindi evidente il vantaggio sulle forme d'onda della tensione lato continua e della corrente lato alternata. In particolare le prime armoniche non nulle diventano di frequenza maggiore, passando, rispettivamente per tensione lato DC e corrente lato AC, dall'ordine 6 al 12 e dall'ordine 5 all'11. Per quanto detto su come viene effettuato il filtraggio, l'eliminazione di queste armoniche è particolarmente utile.

Occorre infine osservare come l'uso di trasformatori con particolari connessioni degli avvolgimenti non è l'unico modo con cui si possono in pratica realizzare sistemi trifasi sfasati fra di loro di 30 gradi: uno sfasamento arbitrario (e quindi anche pari a 30°) si può agevolmente ottenere anche quando si generano i sistemi trifasi attraverso convertitori elettronici.

A.6.2 Frazionatore

Come nei precedenti paragrafi per lato primario e secondario del frazionatore si intendono, sia nel caso del frazionatore abbassatore che in quello del frazionatore elevatore, i lati a tensione più alta e più bassa rispettivamente.

Nelle ipotesi fatte la forma d'onda della corrente lato primario e della tensione lato secondario sono periodiche di periodo T , essendo T il periodo di funzionamento del frazionatore. Di conseguenza saranno presenti, su dette grandezze, le sole armoniche di frequenza pari a k/T , con k numero intero.

Si è visto nel paragrafo A.3.5 come la tensione secondaria di un frazionatore ideale abbia andamento costante per un primo intervallo di tempo T_1 e nullo per un secondo intervallo $T_2=T-T_1$. Analogo andamento si ha per la corrente primaria.

Per una tale forma d'onda possono essere agevolmente calcolati i coefficienti della serie di Fourier.

Si può dimostrare infatti che, detta A l'ampiezza della grandezza (tensione o corrente) quando è diversa da 0, le armoniche di ordine n hanno ampiezza: $A_0 = \frac{T_1}{T} A$ $A_n = \frac{2A}{n\pi} \sin n\pi \frac{T_1}{T}$.

A titolo di esempio, il profilo armonico della corrente di ingresso o la tensione di uscita di un frazionatore con $T_1/T=0,5$ e $T_1/T=0,7$ sono riportati nella fig. A.43, che riporta andamenti che verranno ricavati in fondo all'appendice in un esempio numerico.

Occorre osservare che la prima armonica è alla frequenza del frazionatore, ad es. 10 kHz, quindi molto lontana dalla componente continua, e a maggior ragione sono lontane dalla continua le altre armoniche. Questo consente un adeguato filtraggio. Si osserva inoltre che nel caso di $T_1/T=0,5$, essendo la forma d'onda alternativa, sono assenti tutte le armoniche di ordine dispari.

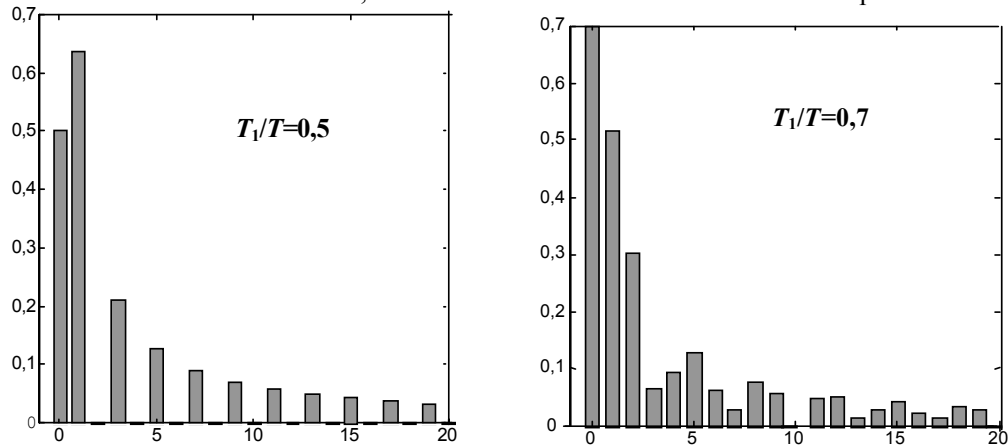


Fig. A.43: Armoniche di corrente lato primario (ovvero tensione lato secondario) di ampiezza unitaria di un frazionatore ideale (fraz. abbassatore: $T_1=T_c$, $T_1/T=c$, fraz. elevatore: $T_1=T_i$, $T_1/T=i$).

A.6.3 Invertitore

L'invertitore viene frequentemente studiato con riferimento a tensione imposta lato AC e corrente imposta lato DC.

Il contenuto armonico di tensione lato AC e corrente lato DC dipendono dal tipo di legge utilizzata per il controllo degli interruttori pilotati del convertitore.

Il profilo armonico della tensione lato AC con legge di controllo del tipo "seno - triangolo" (frequenza della portante pari a 1050 Hz) è riportato graficamente nella fig. A.44. Si vede come anche in questo caso si è ottenuta una buona separazione fra segnale utile (prima armonica) e segnale da filtrare (campana intorno all'indice di armonica 21).

In generale, in controllo pwm seno - triangolo presenta un "mucchietto" di armoniche in prossimità della forma d'onda della portante, più la riga corrispondente alla fondamentale che è la tensione che vogliamo generare. E' evidente che al crescere della frequenza della portante cresce la distanza fra la tensione desiderata (fondamentale) e le armoniche, e questo, come si è visto, rende sempre più agevole il filtraggio.

Occorre però notare che vi sono limiti alla massima frequenza della portante. Infatti al crescere di detta frequenza cresce la frequenza di commutazione delle valvole e quindi anche le perdite di commutazione; inoltre al crescere della potenza del convertitore cresce la dimensione delle valvole da utilizzare, e corrispondentemente decresce la massima frequenza di commutazione che esse sono in grado di tollerare.

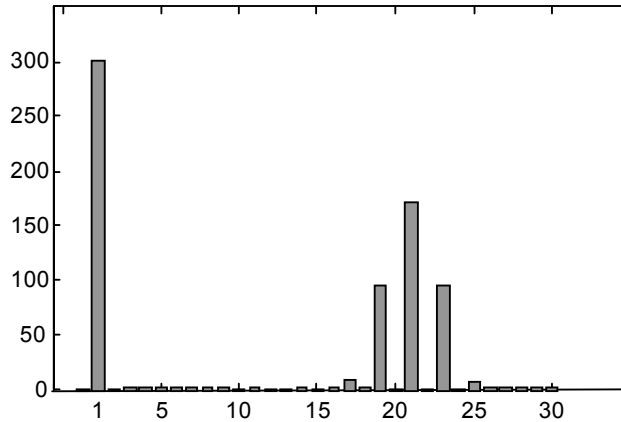


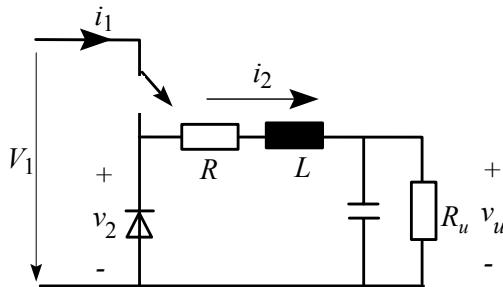
Fig. A.44: Esempio di profilo armonico della tensione generata da un inverter a PWM.

A.7 Esempi numerici

A.7.1 Frazionatore con filtro

Esempio numerico

Si consideri un frazionatore abbassatore dotato di filtro di uscita L - C , in cui l'induttore svolge anche la funzione di costituire lo stadio di uscita a corrente sostanzialmente costante del frazionatore; sia R_u la resistenza di carico (fig.A.45).



Se il frazionatore funziona alla frequenza di 1000 Hz, e il filtro ha una frequenza di taglio di 200 Hz, valutare tramite simulazione numerica lo spettro armonico della tensione v_2 in uscita del frazionatore e della tensione filtrata v_u , considerando indici di conduzione pari rispettivamente a 0,5 e 0,7.

Fig. A.45: Circuito di esempio con frazionatore abbassatore.

Si riportano risultati di simulazioni numeriche ottenuti con i seguenti parametri numerici:

$V_1= 1V$, $R=0,1\Omega$, $L=10\text{ mH}$, $C=63,3\ \mu\text{F}$, $R_u=2\ \Omega$. Si tratta quindi di frazionatore agente su un carico di potenza massima 0,5W.

In fig. A.46 sono riportati gli andamenti in funzione del tempo delle grandezze v_2 e v_u , mentre in figg. A.47 e A.48 sono riportati i rispettivi spettri armonici.

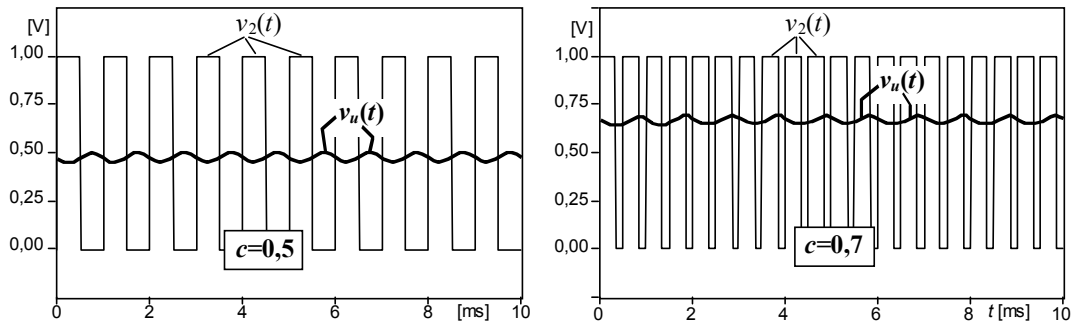


Fig. A.46: Andamento nel tempo di tensione a monte e valle del filtro per due diversi valori dell'indice di conduzione.

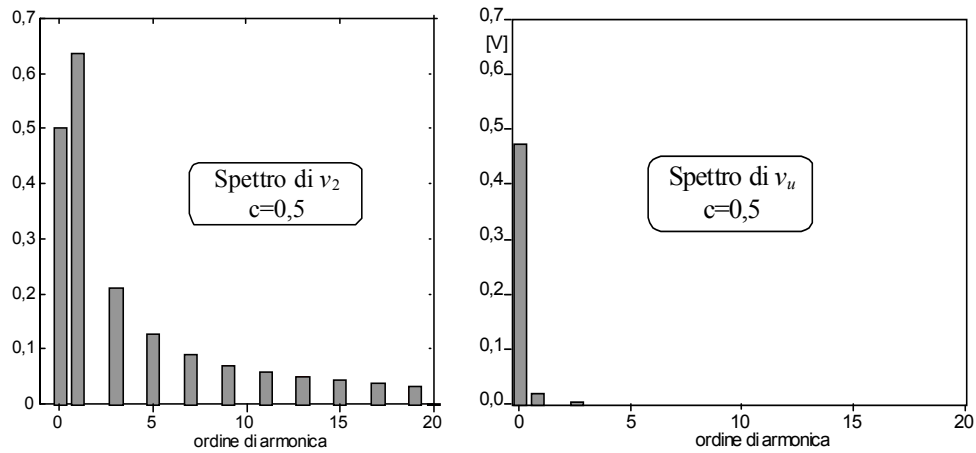


Fig. A.47: Spettri della tensione di ingresso e di uscita del filtro per indice di conduzione $c=0,5$.

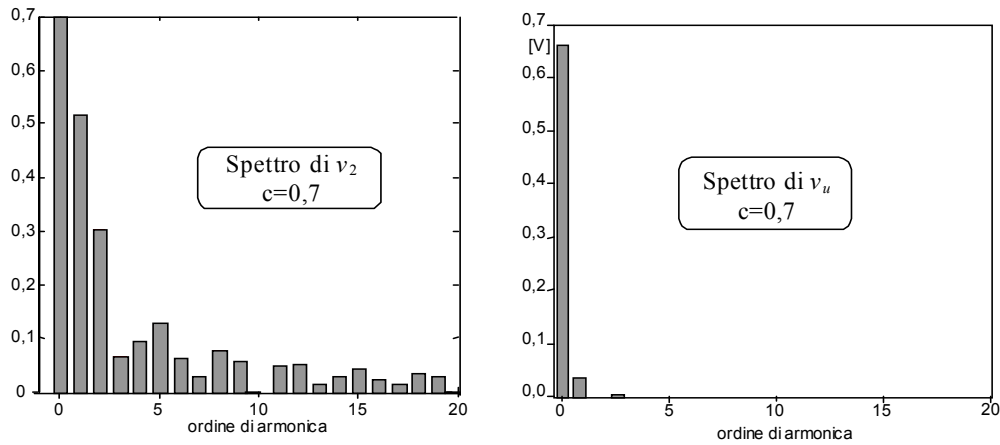


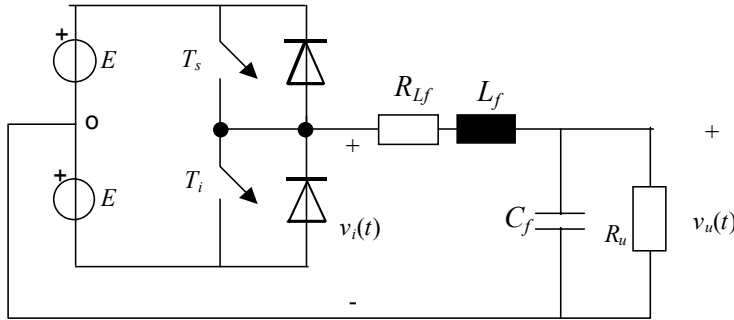
Fig. A.48: Spettri della tensione di ingresso e di uscita del filtro per indice di conduzione $c=0,7$.

L'efficacia del filtraggio è evidente sia dagli andamenti in funzione del tempo che dagli spettri armonici. Nel caso di $c=0,5$ si osserva inoltre l'assenza delle armoniche di ordine pari, come atteso essendo la tensione prodotta dal frazionatore in questo caso alternativa.

Essendo la tensione sul condensatore praticamente costante l'andamento della corrente i_2 rispecchia quello riportato in fig. A.37, e quindi è ancora valida la relazione $I_1=cI_2$.

A.7.2 Invertitore a PWM con filtro

Si consideri un invertitore a PWM che deve generare una tensione sinusoidale a 50 Hz dotato di filtro di uscita L-C, alimentante un carico resistivo (fig. A.49)



Se l'invertitore funziona con portante alla frequenza di 1000 Hz, e il filtro ha una frequenza di taglio di 200 Hz, valutare tramite simulazione numerica lo spettro armonico della tensione v_i in uscita dell'invertitore e della tensione filtrata v_u , considerando indici di modulazione di ampiezza pari rispettivamente a 0,5 e 0,8.

Fig. A.49: Circuito di esempio con invertitore abbassatore.

Si riportano risultati di simulazioni numeriche ottenuti con i seguenti parametri numerici (identici per la parte di filtro a quelli utilizzati per l'esempio nel caso dell'esempio del frazionatore con filtro):

$E= 1V, R=0,1\Omega, L=10\text{ mH}, C=63,3\ \mu\text{F}, R_u=20\ \Omega.$

In fig. A.50 sono riportati gli andamenti in funzione del tempo delle grandezze v_2 e v_u , con ampiezza della tensione modulante rispettivamente pari a 0,5 e 0,8 volte quella della portante, mentre in figg. A.51 e A.52 sono riportati i rispettivi spettri armonici.

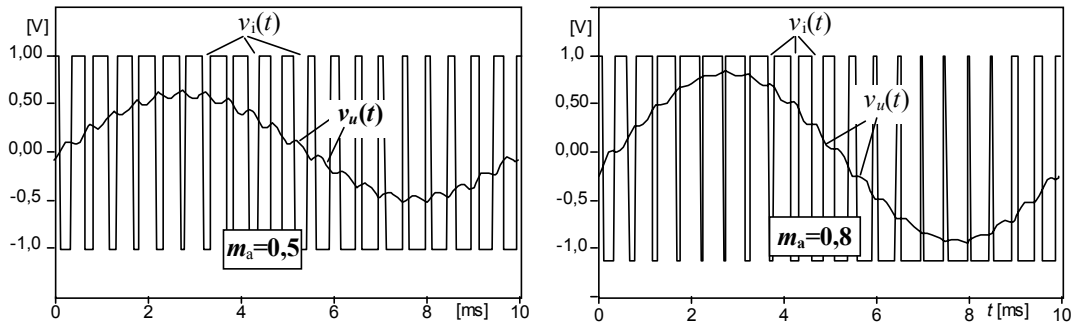


Fig. A.50: Andamento nel tempo di tensione a monte e valle del filtro per due diversi valori dell'indice di modulazione di ampiezza.

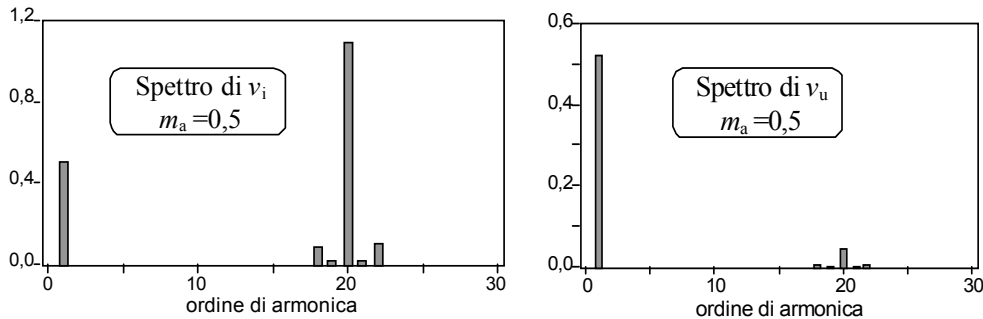


Fig. A.51: Spettri della tensione di ingresso e di uscita del filtro per indice di modulazione $m_a=0,5$.

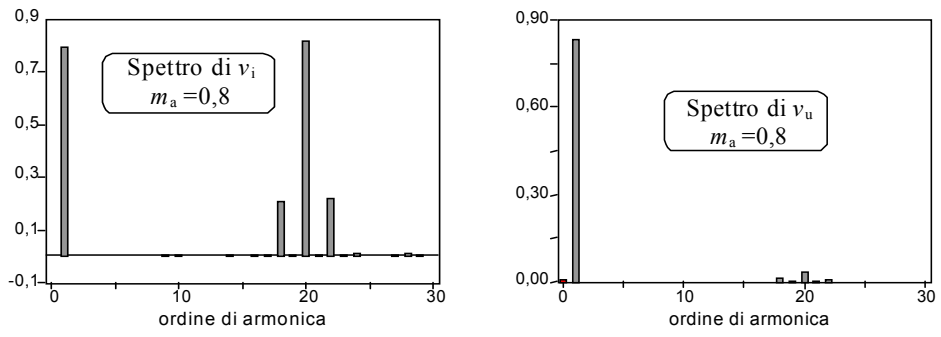


Fig. A52: Spettri della tensione di ingresso e di uscita del filtro per indice di modulazione $m_a=0,8$.