

LA MODULAZIONE DI AMPIEZZA

*Modulare in ampiezza vuol dire far variare l'ampiezza di una **portante** a radiofrequenza secondo l'ampiezza di una **modulante** a bassa frequenza.*

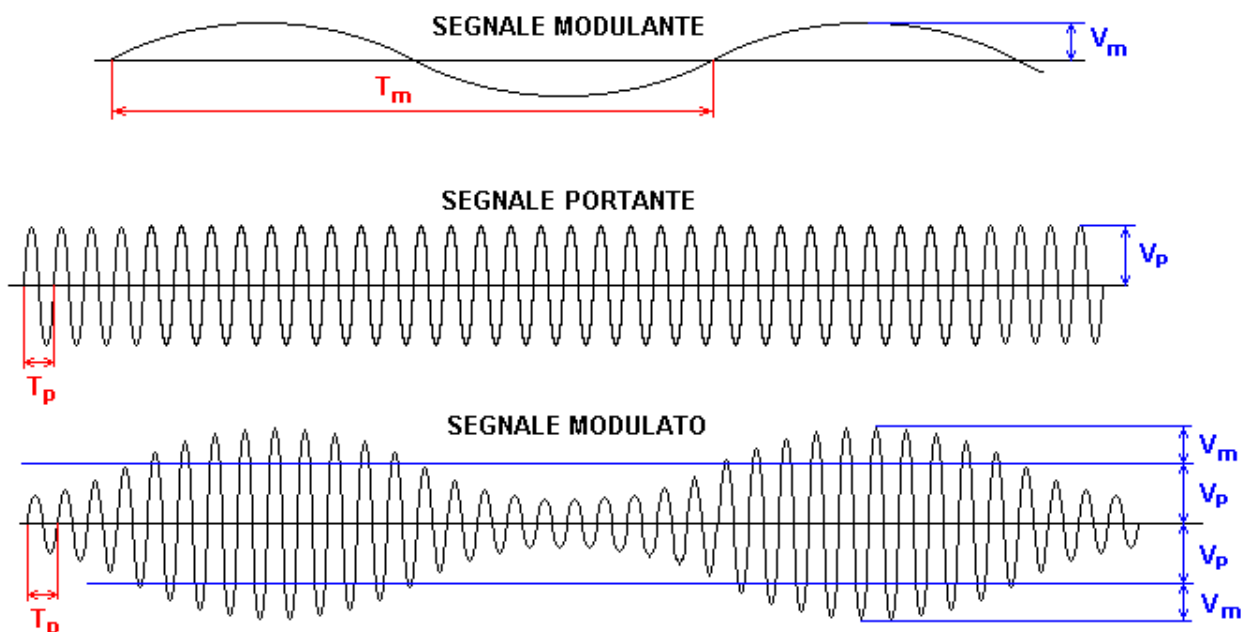
*L'operazione di **modulazione di ampiezza** si effettua partendo da un **segnale elettrico** prodotto da un **oscillatore a radiofrequenza**, cioè alle frequenze usualmente usate nelle trasmissioni radio che vanno dal **megahertz** in su, e che costituisce la **portante**.*

*Di questo ci si serve per **portare**, appunto, a distanza l'informazione racchiusa nel segnale a bassa frequenza detto **modulante**.*

*Il segnale **portante** è costituito da una sinusoide, mentre la **modulante** è un segnale analogico, che può essere schematizzato, per semplicità di calcolo, in un'altra sinusoide, per effetto del teorema di **Fourier** per cui un qualsiasi segnale periodico od aperiodico, può sempre considerarsi come la somma di infinite sinusoidi, come studiato a proposito dei **segnali**.*

*Nello schema seguente sono indicati i tre segnali: **modulante**, a bassa frequenza, **portante**, ad alta frequenza, **modulato**, con la frequenza della portante, ma l'ampiezza che varia secondo la modulante.*

Sono indicati anche i periodi e le ampiezze dei tre segnali.



Le funzioni matematiche che esprimono questi segnali possono essere scelte come segue:

$$v_m(t) = V_m \cos \omega_m t$$

$$v_p(t) = V_p \cos \omega_p t$$

ricordando che pulsazione, frequenza e periodo sono legate fra loro:

$$f_m = \frac{1}{T_m} \quad \omega_m = 2 \cdot \pi \cdot f_m = \frac{2 \cdot \pi}{T_m}$$

$$f_p = \frac{1}{T_p} \quad \omega_p = 2 \cdot \pi \cdot f_p = \frac{2 \cdot \pi}{T_p}$$

e che deve esistere la condizione:

$$f_p \gg f_m$$

Per determinare la formula matematica del segnale **modulato in ampiezza**, ricordiamo che l'ampiezza del segnale modulato deve variare, partendo dal valore della portante a riposo, secondo la funzione modulante, pertanto il segnale modulato deve risultare:

$$v_{AM}(t) = (V_p + V_m \cos \omega_m t) \cdot \cos \omega_p t$$

Definiamo a questo punto l'**indice di modulazione**, o **profondità di modulazione**, come il rapporto fra l'ampiezza del segnale **modulante** e l'ampiezza del segnale **portante**:

$$m = \frac{V_m}{V_p}$$

Risulterà di conseguenza:

$$V_m = m V_p$$

e l'espressione del segnale modulato potrà scriversi come segue:

$$v_{AM}(t) = (V_p + m V_p \cos \omega_m t) \cos \omega_p t = V_p \cos \omega_p t + m V_p \cos \omega_m t \cos \omega_p t$$

Questa espressione, ricordando una delle formule di [Werner](#):

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

si può esprimere come segue:

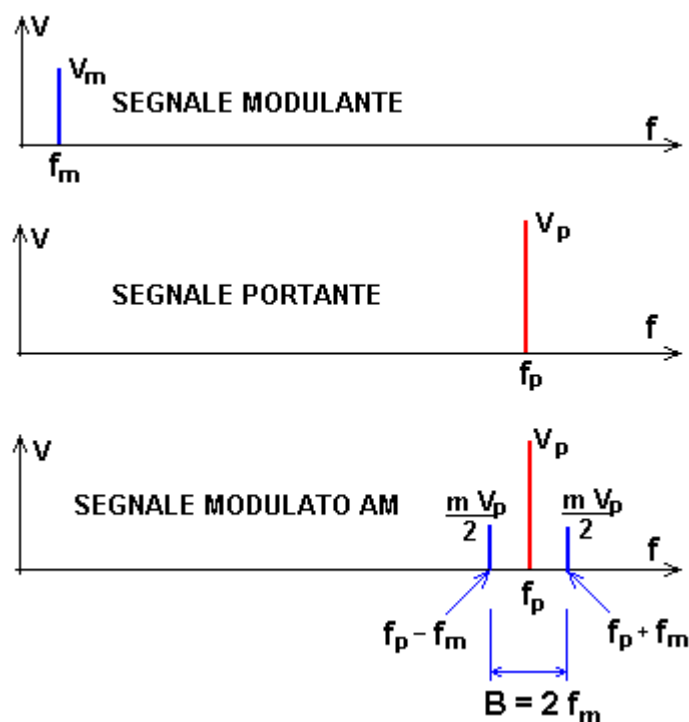
$$v_{AM}(t) = V_p \cos \omega_p t + \frac{mV_p}{2} \cos(\omega_p - \omega_m)t + \frac{mV_p}{2} \cos(\omega_p + \omega_m)t$$

Questa si interpreta come la somma di tre funzioni sinusoidali di cui la prima coincide con la portante a riposo, e le altre due sono due sinusoidi di ampiezza:

$$\frac{mV_p}{2}$$

che come frequenza hanno: una la somma, e una la differenza fra le frequenze portante e modulante.

Ne nasce la rappresentazione nel dominio delle frequenze della figura seguente, dove sono rappresentate: il segnale **modulante**, il segnale **portante** e il segnale **modulato** in ampiezza.



Si osservi come l'operazione di modulazione ha dato luogo ad una traslazione in frequenza del segnale modulante f_m della quantità f_p .

Si osservi la larghezza di banda del segnale modulato che risulta essere il doppio della frequenza f_m modulante, infatti:

$$B = (f_p + f_m) - (f_p - f_m) = 2 f_m$$

L'indice di modulazione m può variare fra 0 e 1 :

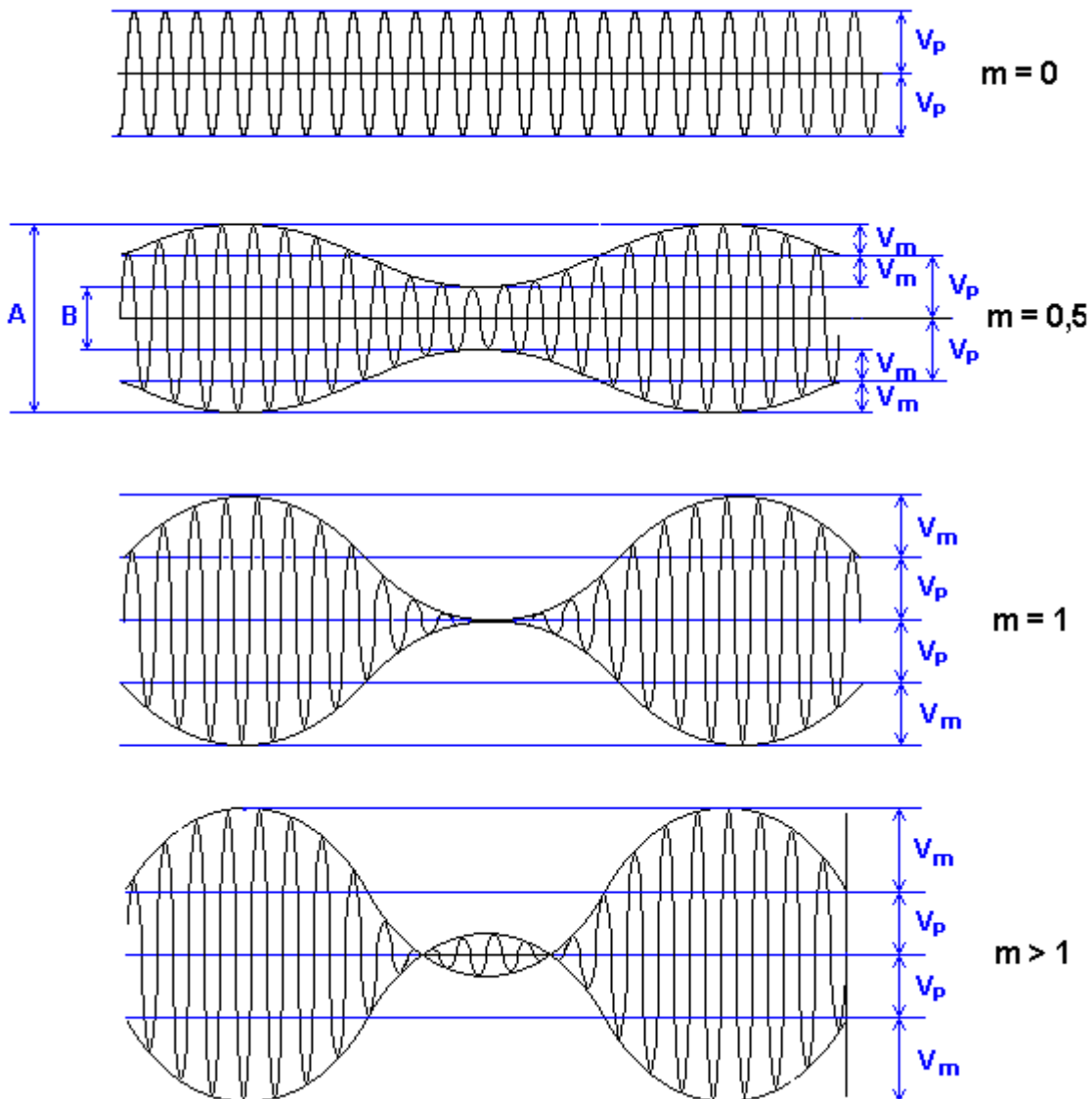
$$0 < m < 1$$

Ricordando la formula di m :

$$m = \frac{V_m}{V_p}$$

osserviamo infatti che:

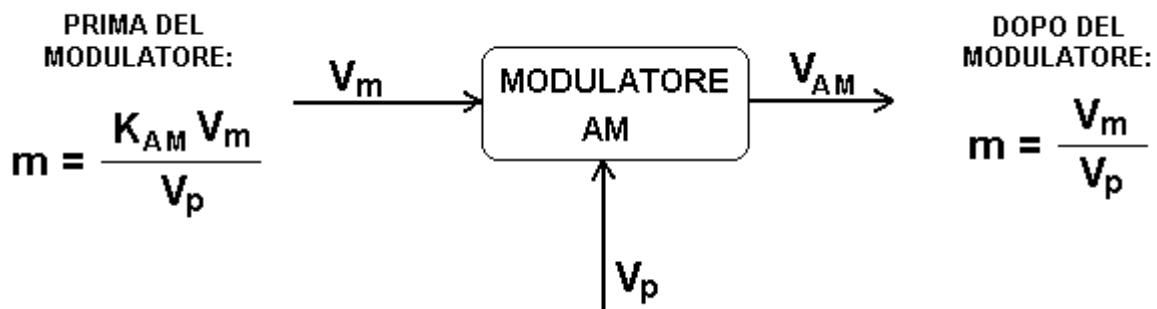
- Se è $m = 0$ vuol dire che non c'è **modulante**, quindi non si trasmette alcuna informazione, pur impegnando il canale con la portante.
- Se è $m = 0,5$ siamo nelle condizioni ottimali.
- Se è $m = 1$ siamo di fronte al massimo della modulazione.
- Se è $m > 1$ allora siamo in forte distorsione da **crossover** come indicato sotto:



L'indice di modulazione m si può rilevare dall'immagine di sopra con la formula:

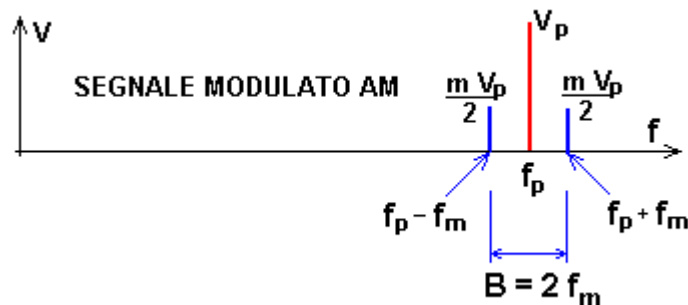
$$m = \frac{A - B}{A + B} = \frac{(2V_P + 2V_m) - (2V_P - 2V_m)}{(2V_P + 2V_m) + (2V_P - 2V_m)} = \frac{4V_m}{4V_P} = \frac{V_m}{V_P}$$

L'indice di modulazione fin qui descritto è rilevato, si suol dire, in antenna, cioè all'uscita del modulatore, ma talora si dispone del segnale all'ingresso del modulatore, in tal caso si deve tenere conto della costante del modulatore K_{AM} e la formula diventa:



POTENZA DI UN SEGNALE MODULATO IN AM

Poiché un segnale modulato in ampiezza è costituito dalla somma di tre segnali distinti, come si può vedere chiaramente dal suo spettro nel dominio delle frequenze:



la sua potenza sarà la somma delle potenze dei tre segnali:

$$P_{AM} = P_p + P_{left} + P_{right}$$

dove, naturalmente, con P_p si è indicata la potenza della portante, con P_{right} la potenza della riga destra e con P_{left} , la potenza della riga sinistra.

Indicando con R_0 la resistenza di radiazione dell'antenna trasmittente, dai valori delle tensioni, espresse in valori massimi, indicate in figura, e nota R_0 , si trova la potenza complessiva del segnale modulato in AM in funzione dell'indice di modulazione m :

$$\begin{aligned}
 P_{AM} = P_p + P_{left} + P_{right} &= \frac{V_p^2}{2R_0} + \frac{\left(\frac{mV_p}{2}\right)^2}{2R_0} + \frac{\left(\frac{mV_p}{2}\right)^2}{2R_0} = \frac{V_p^2 + \frac{m^2V_p^2}{4} + \frac{m^2V_p^2}{4}}{2R_0} = \\
 &= \frac{\frac{4V_p^2 + m^2V_p^2 + m^2V_p^2}{4}}{2R_0} = \frac{4V_p^2 + m^2V_p^2 + m^2V_p^2}{4} \cdot \frac{1}{2R_0} = \frac{4V_p^2 + 2m^2V_p^2}{8R_0} = \frac{2V_p^2 + m^2V_p^2}{4R_0} = \\
 &= \frac{V_p^2}{2R_0} \cdot \frac{2 + m^2}{2} = P_p \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)
 \end{aligned}$$